



## ORIGINAL RESEARCH PAPER

# Estimating Geoidal Vertical Skewness and its effect on the reduction of the slope distances to the horizontal ones

M. Shirazian\*, F. Hajmehmoudattar

Department of Surveying Engineering, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

### ABSTRACT

Received: 03 February 2024

Reviewed: 08 April 2024

Revised: 10 June 2024

Accepted: 15 August 2024

### KEYWORDS:

Vertical Skewness

Occurrence of Refraction

Topocentric Coordinate

System

Geocentric Coordinate

System

\* Corresponding author

[m.shirazian@sru.ac.ir](mailto:m.shirazian@sru.ac.ir)

(+98910) 9261989

**Background and Objectives:** Vertical Skewness is a prevalent anomaly in the field of geodetic science, which arises due to the displacement of the vertical component on the geoid at various locations. This discrepancy directly impacts both horizontal and vertical angles that are observed, and indirectly influences measurements of lengths. When considering the adjustment of length conversions to the horizon, this phenomenon is adequately represented by vertical angles. Consequently, vertical angles assume a significant role in ameliorating the effects of geoid updrafts and ensuring the precision of length determinations.

The occurrence of refraction exerts a substantial influence on observations of angles. This impact, particularly on the vertical angle, possesses a considerable magnitude that gives rise to a substantial discrepancy when adjusting the transformation of lengths to the horizon. A prevalent approach employed to mitigate the influence of refraction involves the simultaneous measurement of vertical angles in both directions at two distinct endpoints of equivalent distances.

**Methods:** There exist two primary categories of coordinate system commonly employed to express the positions of points in geodesy. These categories are known as the geocentric coordinate system, which centers on the Earth, and the topocentric coordinate system, which also centers on the Earth. In the geocentric coordinate system, the origin of the coordinates coincides with the Earth's center of gravity, and the z-axis is defined in alignment with the Earth's epoch axis. On the other hand, in the topocentric coordinate system, the origin of the coordinates corresponds to a specific point on the Earth's surface, namely the location of the camera. Furthermore, the z-axis in this coordinate system corresponds to the surface of the parallel potential passing over the aforementioned point where the camera is situated, also known as the line of work passing over the point.

Geodetic measurements of both horizontal and vertical angles are conducted within topocentric coordinate systems. As indicated, the prevailing technique for mitigating the impact of refraction on vertical angles involves simultaneously reading said angles from both the initial and terminal positions along the lengths. Given that the starting and ending points of the lengths exhibit dissimilar vertical extensions on the potential surface, the measurement of the vertical angle, and consequently the correction of the length's conversion to the horizon, are subjected to a significant degree of error.

**Findings:** The current investigation comprehensively examines this error and its consequential impacts on the horizontal spacing of points within small-scale geodesic networks. To achieve this objective, four specific regions in Sweden characterized by accurate geoids were meticulously chosen, and an elliptical procedure was implemented on the geoid of these regions to determine the parameters of the geoid surface. Furthermore, the geoid surface was computed.

**Conclusion:** The findings of this investigation demonstrate that the significance of the skewness of geoid gauges is evident even in geodetic networks of small-scales, and should not be disregarded. It is important to consider that the assessment of the magnitude of the skewness effect of geoid perpendiculars is only feasible in areas where a precise geoid is present. Consequently, it becomes unfeasible to entirely eliminate this effect when observing vertical angles simultaneously in areas lacking accurate geoids. Consequently, an alternative approach must be employed to rectify the conversion to the mile-long horizon. Further examination of this alternative method is presented in subsequent sections of this scholarly article.



NUMBER OF REFERENCES  
31



NUMBER OF FIGURES  
1



NUMBER OF TABLES  
3

## مقاله پژوهشی

# برآورده از تنافر قائم‌های ژئوئیدی و تاثیر آن بر تصحیح تبدیل به افق طول‌های مایل

مسعود شیرازیان<sup>\*</sup>، فرزاد حاج محمود عطار

گروه مهندسی نقشه برداری، دانشگاه مهندسی عمران، دانشکده مهندسی رجائی، تهران، ایران

### چکیده

**پیشینه و اهداف:** تنافر قائم‌های ژئوئیدی (Vertical Skewness) یکی از خطاهای رایج در علم ژئودزی است که در اثر ناموازی بودن قائم‌ها بر ژئوئید در نقاط مختلف مشاهده می‌شود. این خطا تأثیر مستقیم بر زوایای افقی و قائم مشاهده شده دارد و به طور غیر مستقیم بر مشاهدات طول تأثیر گذار است. در زمینه تصحیح تبدیل به افق طول، این اثر به اندازه کافی توسط زاویه‌های قائم نشان داده می‌شود. بنابراین، صحت زاویه‌های قائم نقش مهمی در کاهش اثرات تنافر قائم‌های ژئوئیدی و اطمینان از دقت اندازه گیری‌های طول دارند.

پدیده انکسار تأثیر قابل توجهی بر مشاهدات زاویه دارد. این تأثیر، به خصوص بر زاویه قائم دارای مقدار زیادی است که هنگام تصحیح تبدیل به افق طول‌های مایل، خطای بزرگی ایجاد می‌کند. روش رایج کنونی جهت حذف اثر انکسار قائم، مشاهده همزمان دوطرفه زاویه قائم در دو سر یک طول است.

**روش‌ها:** به طور کلی دو نوع سیستم مختصات برای بیان موقعیت نقاط در ژئودزی وجود دارد. سیستم مختصات ژئوسنتریک (مبدأ در مرکز ثقل زمین) و سیستم مختصات توپوسنتریک (مبدأ نقطه ای بر سطح زمین). در سیستم مختصات ژئوسنتریک، مبدا مختصات منطبق بر مرکز ثقل زمین است و محور Z ها منطبق بر محور دوران زمین تعریف می‌شود. در سیستم مختصات توپوسنتریک، مبدا مختصات منطبق بر نقطه ای بر سطح زمین ( محل استقرار دوربین) و محور Z ها منطبق بر قائم بر سطح هم پتانسیل گذرنده بر نقطه محل استقرار دوربین (خط شاغلوی گذرنده بر نقطه) می‌باشد.

اندازه گیری‌های ژئودتیک زوایای افقی و قائم در سیستم‌های مختصات توپوسنتریک انجام می‌پذیرد. طبق آنچه گفته شد، روش رایج جهت حذف اثر انکسار بر زوایای قائم، قرائت همزمان زوایای قائم از ابتدا و انتهای طول‌ها است. از آنجا که مبدا اندازه گیری زاویه قائم، امتداد قائم بر سطح هم پتانسیل در نقطه استقرار است و این امتداد در ابتدا و انتهای طول متفاوت است، خطای بزرگ بر مشاهده زاویه قائم و درنتیجه بر تصحیح تبدیل به افق طول‌ها تحمیل می‌نماید.

**یافته‌ها:** مطالعه حاضر به بررسی کامل این خطا و اثرات ناشی از آن بر فاصله افقی بین نقاط در شبکه‌های ژئوئیدیک در مقیاس کوچک پرداخته است. برای این منظور، چهار منطقه مجزا در کشور سوئد که دارای ژئوئیدهای دقیق بودند با دقت انتخاب شدند و بر روی ژئوئید این مناطق یک رویه بیضوی برآزانده ایم و پارامترهای سطح ژئوئید را محاسبه کردیم. مقادیر محاسبه شده تنافر قائم‌های ژئوئیدی در مناطق فوق برای طول‌های بین ۸۰۰ متر تا ۵۲۰۰ متر چیزی بین ۲۷ تا حدود ۳۰ به دست آمد.

**نتیجه‌گیری:** نتایج این مطالعه نشان می‌دهد که تنافر قائم‌های ژئوئیدی حتی در شبکه‌های ژئوئیدیک در مقیاس کوچک دارای مقدار قابل توجهی است و بنابراین نمی‌توان آن را نادیده گرفت. با توجه به این واقعیت که برآورد میزان اثر تنافر قائم‌های ژئوئیدی صرفاً در مناطقی که یک ژئوئید دقیق وجود دارد امکان پذیر است، بنابراین حذف کامل این اثر بر مشاهدات زاویه‌های قائم که به طور همزمان در مناطقی فاقد ژئوئیدهای دقیق ثبت شده‌اند، غیرممکن است. درنتیجه باید یک روش جایگزین در نظر گرفته شود تا تبدیل به افق طول مایل را اصلاح کند. این رویکرد جایگزین در بخش‌های بعدی این مقاله با جزئیات بیشتری مورد بررسی قرار گرفته است.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲ بهمن ۱۴

تاریخ داوری: ۲۰ فروردین ۱۴۰۳

تاریخ اصلاح: ۲۱ خرداد ۱۴۰۳

تاریخ پذیرش: ۲۵ مرداد ۱۴۰۳

### وازگان کلیدی:

تنافر قائم‌های ژئوئیدی

پدیده انکسار

سیستم مختصات توپوسنتریک

سیستم مختصات ژئوسنتریک

\* نویسنده مسئول

m.shirazian@sru.ac.ir

۰۹۱۰-۹۲۶۱۹۸۹

میکنیم. فرمول زیر، فرمول تبدیل طول مایل به طول افقی می‌باشد [۴].

$$HD = SD \cos(90 - Z) = SD \sin Z \quad (1)$$

در این معادله،  $HD$  طول مایل،  $SD$  طول مایل و  $Z$  زاویه زنیتی (سمت الراسی) است. این معادله زمانی فاصله افقی را به صورت دقیق به دست می‌آورد که امتداد زنیت محل بر امتداد قائم بر بیضوی منطبق باشد که با توجه به مباحث گفته شده این دو امتداد با هم تفاوت دارند پس در رابطه ای دقیق تر باید این تفاوت در زاویه را به محاسبات خود اضافه کنیم تا بتوانیم میزان تأثیر خطای زاویه قائم بر تصحیح تبدیل به افق طول‌ها را محاسبه نماییم [۷].

$$\delta_{HD} = SD \sin(Z + \delta_{Z_p}) - SD \sin(Z) \quad (2)$$

در معادله شماره  $\delta_{HD}$  تأثیر زاویه انحراف قائم بر طول افقی است و  $\delta_{Z_p}$  زاویه انحراف قائم است [۶].

زاویه انحراف قائم خطای فیزیکی بر زاویه قائم اعمال می‌کند [۳]. تأثیر فیزیکی را Deflection of Vertical یا به صورت اختصاری DOV می‌نامند که در مقاله [۱] به تفصیل به آن پرداخته شده است. در این تحقیق هدف بررسی تأثیرات زاویه انحراف قائم بر تصحیح تبدیل به افق طول‌ها است.

مهندسين نقشه بردار برای حذف اثر هندسی مشاهدات مانند شکست نور، به صورت دوطرفه نقشه برداری می‌کنند. بدین صورت که وقتی در نقطه a ایستگاه زده اند و به نقطه b نشانه روی میکنند همین مشاهدات را بر عکس نیز انجام می‌دهند (از نقطه b به نقطه a) و با فرض اینکه قائم بر ژئوئید در این دو نقطه موازی هستند، اثرات خط را تعديل می‌کنند؛ اما در عمل امتداد قائم بر ژئوئید در نقاط مختلف موازی هم نیستند. در ادامه به بررسی زاویه تنافر قائم‌ها بر ژئوئید و اثر آن بر مشاهدات می‌پردازیم [۸].

برای بررسی اثر هندسی تنافر قائم‌های ژئوئیدی بر تصحیح تبدیل به افق طول‌ها که با نام خمیدگی یا Curvature-Skewness شناخته شده است به یک سطح ژئوئید دقیق نیازمندیم که این موضوع یکی از بزرگترین محدودیت‌های این تحقیق است. بنابراین در این تحقیق، چهار منطقه از کشور سوئد (مطابق جدول ۱ و شکل شماره ۱) که سطح ژئوئید دقیقی دارند را انتخاب کردیم [۱۰, ۹].

برای بررسی سطح ژئوئیدی، یک رویه بیضوی سه محوری بر هر یک از چهار منطقه موردمطالعه فیت کردیم.

## مقدمه

در دنیای علم ژئودزی و نقشه‌برداری، دقت و اعتماد به نتایج محاسبات بسیار اهمیت دارد. یکی از مواردی که بر دقت محاسبات ژئودتیک تأثیر می‌گذارد، تصحیحات تبدیل طول مایل به طول افقی است. این تصحیحات به تعیین فواصل افقی صحیح کمک می‌کنند. به عبارت دیگر، طول مایل نمایانگر فاصله سبعدی میان دو نقطه است و برای انتقال این فاصله به سیستم دو بعدی نیاز به تبدیل آن به طول افقی داریم. این مسئله در زمینه‌های مختلف از جمله علم ژئودزی، مهندسی معدن و نقشه‌برداری زمین‌شناسی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۰, ۱].

همچنین مسئله مهم دیگر این است که در شبکه‌های ژئودزی محلی که امتداد قائم، امتداد شاغلی یا همان امتداد عمود بر سطح هم پتانسیل محل است متناسب با میزان فاصله میان دو نقطه تغییر می‌کند. این بدان معناست که خطوط شاغلی مانند خطوط قائم بر بیضوی، متناصر هستند و نمی‌توان حتی در فواصل کم این خطوط شاغلی را موازی با هم فرض کرد [۱۲, ۲].

هدف اصلی این تحقیق، بررسی خطای تنافر قائم‌های ژئوئیدی و اثر آن بر تصحیح تبدیل به افق طول‌های مایل است. برای محاسبه اثر هندسی و اثر انحراف زاویه قائم‌ها بر طول مایل نیازمند داشتن یک سطح ژئوئید دقیق هستیم که در ادامه مقاله به تفصیل به بررسی این موضوع می‌پردازیم.

در تحقیقات اخیر، باقربندی و همکاران [۲] به بررسی تأثیرات فیزیکی و هندسی بر مشاهدات ژئودزی کلاسیک در شبکه‌های کنترل کوچک مقیاس پرداخته‌اند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهند که تأثیر تنافر قائم‌ها بر فواصل شیبدار حتی در شبکه‌های ژئودزی کوچک مقیاس به طور قابل توجهی مشهود است. از نظر علمی و کاربردی، اهمیت دارد که این تأثیرات را جدی بگیریم و تصحیحات مربوطه را اعمال کنیم.

خواننده‌ی محترم این اثر باید توجه نماید که محاسبه این تأثیرات، نیازمند وجود ژئوئید دقیق در منطقه است. به همین دلیل برآورده از مقادیر این تأثیرات در نشریات علمی گذشته به چشم نمی‌خورد. در واقع این مقادیر برای بار نخست در کار باقربندی و همکاران [۳] محاسبه شده و با توجه به اهمیت موضوع، نگارنده‌گان بر آن شدند که این موضوع مهم در دسترس خواننده‌گان فارسی زبان نیز قرار گیرد.

## روش تحقیق

روش‌شناسی مورد استفاده در این تحقیق برای بررسی تأثیر تنافر زاویه قائم بر تصحیح تبدیل به افق طول‌ها می‌باشد. در این بخش تأثیرات فیزیکی و هندسی ناشی از زاویه تنافر قائم‌ها بر طول‌های افق را بررسی

جدول ۱: پارامترهای (نیم قطرهای) محورهای بیضوی های فیت شده در ۴ منطقه مطالعاتی سوئد  
Table 1: Semi-major axes of the ellipsoids fitted to the four areas of study in Sweden

جدول Area	a	b	c
Kebnekaise	6378079.181	6377108.551	6356815.258
Umeå	6377953.394	6376673.306	6356860.952
Skövde	6378384.921	6377859.304	6356711.342
Mårtsbo	6378232.578	6377126.821	6356784.871



شکل ۱: مناطق مورد مطالعه در کشور سوئد (مثلث های قرمز رنگ؛ برگرفته از <http://www.maps-of-europe.net/maps-of-sweden>)

Fig. 1: Study areas in Sweden (red triangles) taken from <http://www.maps-of-europe.net/maps-of-sweden>

بنابراین بر اساس پارامترهای جدول شماره یک و معادله شماره ۳

معادله شماره ۳ معادله بیضوی سه محوری است [۱۲, ۱۱].

رویه ای سه بعدی بر ژئوئید مناطق موردمطالعه فیت کردیم.

با استفاده از معادله شماره ۴ قائم بر بیضوی در نقطه

$R = (x_0 \ y_0 \ z_0)^T$

$$f(x, y, z) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} - 1 = 0 \quad (۳)$$

## یافته‌ها

همان‌طور که در بالا اشاره شد ابتدا نیازمند برآزandن رویه سه‌بعدی بر ژئوئید مناطق موردمطالعه هستیم. در جدول شماره ۲ اطلاعات ژئوئید که از طریق مدل SWEN17 محاسبه شده، در هر چهار منطقه موردمطالعه آورده شده است.

اکنون با استفاده از رویه سه‌بعدی برآزandنده شده بر ژئوئید، می‌توان با استفاده از معادلات شماره چهار و پنج، زاویه بین امتدادهای قائم بر ژئوئید در نقاط ابتدا و انتهای طول بازه‌ای مختلف به دست آمده است. جدول شماره ۳ بیانگر نتایج به دست آمده در منطقه در چهار منطقه موردمطالعه است.

$$\vec{X} = \vec{V}f(x_0 \ y_0 \ z_0) = \left( \frac{2x}{a^2} \ \frac{2y}{b^2} \ \frac{2z}{c^2} \right) \Big|_{x_0 \ y_0 \ z_0} \quad (4)$$

معادله شماره ۵ فرمول به دست آوردن زاویه تنافر قائم‌های ژئوئیدی است [۱۵, ۱۴].

$$\alpha = \cos^{-1} \left( \frac{\vec{x}_1 \cdot \vec{x}_2}{\|\vec{x}_1\| \cdot \|\vec{x}_2\|} \right) \quad (5)$$

جدول ۲: ژئوئید محاسبه شده برای نقاط شبکه در مناطق آزمایش با استفاده از مدل SWEN17  
Table 2: Computed Geoid for the grid-points of the study areas from SWEN17 model

Kebnekaise			Umeå			Skövde			Mårtsbo		
φ°	λ°	N(m)	φ°	λ°	N(m)	φ°	λ°	N(m)	φ°	λ°	N(m)
67.96	18.56	32.433	63.71	19.74	22.859	57.98	14.46	31.631	60.62514	17.21853	24.827
67.96	18.58	32.409	63.71	19.76	22.803	57.98	14.48	31.610	60.62514	17.23852	24.773
67.96	18.60	32.376	63.71	19.78	22.746	57.98	14.50	31.590	60.62514	17.25852	24.719
67.96	18.62	32.340	63.71	19.80	22.687	57.98	14.52	31.568	60.62514	17.27852	24.665
67.96	18.64	32.305	63.71	19.82	22.634	57.98	14.54	31.547	60.62514	17.29852	24.609
67.95	18.56	32.421	63.70	19.74	22.798	57.97	14.46	31.676	60.61514	17.21853	24.820
67.95	18.58	32.389	63.70	19.76	22.744	57.97	14.48	31.653	60.61514	17.23852	24.767
67.95	18.60	32.361	63.70	19.78	22.684	57.97	14.50	31.631	60.61514	17.25852	24.714
67.95	18.62	32.335	63.70	19.80	22.629	57.97	14.52	31.608	60.61514	17.27852	24.659
67.95	18.64	32.298	63.70	19.82	22.576	57.97	14.54	31.586	60.61514	17.29852	24.604
67.94	18.56	32.396	63.69	19.74	22.738	57.96	14.46	31.719	60.60514	17.21853	24.814
67.94	18.58	32.377	63.69	19.76	22.681	57.96	14.48	31.698	60.60514	17.23852	24.760
67.94	18.60	32.355	63.69	19.78	22.623	57.96	14.50	31.672	60.60514	17.25852	24.706
67.94	18.62	32.326	63.69	19.80	22.570	57.96	14.52	31.647	60.60514	17.27852	24.653
67.94	18.64	32.282	63.69	19.82	22.517	57.96	14.54	31.623	60.60514	17.29852	24.600
67.93	18.56	32.375	63.68	19.74	22.678	57.95	14.46	31.764	60.59514	17.21853	24.807
67.93	18.58	32.363	63.68	19.76	22.620	57.95	14.48	31.742	60.59514	17.23852	24.754
67.93	18.60	32.339	63.68	19.78	22.563	57.95	14.50	31.714	60.59514	17.25852	24.702
67.93	18.62	32.310	63.68	19.80	22.508	57.95	14.52	31.684	60.59514	17.27852	24.648
67.93	18.64	32.256	63.68	19.82	22.454	57.95	14.54	31.659	60.59514	17.29852	24.597
67.92	18.56	32.335	63.67	19.74	22.617	57.94	14.46	31.807	60.58514	17.21853	24.801
67.92	18.58	32.307	63.67	19.76	22.559	57.94	14.48	31.780	60.58514	17.23852	24.749
67.92	18.60	32.286	63.67	19.78	22.501	57.94	14.50	31.750	60.58514	17.25852	24.697
67.92	18.62	32.263	63.67	19.80	22.445	57.94	14.52	31.722	60.58514	17.27852	24.644
67.92	18.64	32.227	63.67	19.82	22.392	57.94	14.54	31.697	60.58514	17.29852	24.593
67.91	18.56	32.295	63.66	19.74	22.555	57.93	14.46	31.849	60.57514	17.21853	24.795
67.91	18.58	32.264	63.66	19.76	22.497	57.93	14.48	31.818	60.57514	17.23852	24.743
67.91	18.60	32.230	63.66	19.78	22.440	57.93	14.50	31.788	60.57514	17.25852	24.693
67.91	18.62	32.207	63.66	19.80	22.383	57.93	14.52	31.760	60.57514	17.27852	24.642
67.91	18.64	32.181	63.66	19.82	22.330	57.93	14.54	31.737	60.57514	17.29852	24.593
67.90	18.56	32.231	63.65	19.74	22.494	57.92	14.46	31.892	60.56514	17.21853	24.792
67.90	18.58	32.206	63.65	19.76	22.436	57.92	14.48	31.858	60.56514	17.23852	24.740
67.90	18.60	32.172	63.65	19.78	22.379	57.92	14.50	31.831	60.56514	17.25852	24.691
67.90	18.62	32.137	63.65	19.80	22.322	57.92	14.52	31.799	60.56514	17.27852	24.641
67.90	18.64	32.115	63.65	19.82	22.269	57.98	14.43	31.659	60.56514	17.29852	24.592

جدول ۳: زاویه تنافر قائم‌های ژئوئیدی در مناطق مورد مطالعه  
Table 3: Vertical skewness angles in the study areas

Kebnekaise		Umeå		Skövde		Mårtsbo	
Baseline length (m)	Vertical skewness ( $d^\circ, m', s''$ )	Baseline length (m)	Vertical skewness ( $d^\circ, m', s''$ )	Baseline length (m)	Vertical skewness ( $d^\circ, m', s''$ )	Baseline length (m)	Vertical skewness ( $d^\circ, m', s''$ )
0837.88	0, 0, 27.03	0988.77	0, 0, 31.90	1113.78	0, 0, 36.00	1094.34	0, 0, 35.31
1115.36	0, 0, 36.00	1490.18	0, 0, 48.11	1625.16	0, 0, 52.48	1561.87	0, 0, 50.43
1675.76	0, 0, 54.05	1977.54	0, 1, 03.81	2227.55	0, 1, 12.00	2189.22	0, 1, 10.64
2013.30	0, 1, 04.96	2439.03	0, 1, 18.77	2522.50	0, 1, 21.50	2482.81	0, 1, 20.20
2513.64	0, 1, 21.08	2980.59	0, 1, 36.23	3250.56	0, 1, 44.97	3124.37	0, 1, 40.89
2790.46	0, 1, 30.06	3487.45	0, 1, 52.63	3544.84	0, 1, 54.55	3517.42	0, 1, 53.64
3346.07	0, 1, 48.01	3955.07	0, 2, 07.61	4095.14	0, 2, 12.29	3996.34	0, 2, 09.08
3532.92	0, 1, 53.97	4541.38	0, 2, 26.58	4455.10	0, 2, 23.99	4519.17	0, 2, 25.84
4027.21	0, 2, 09.94	5181.00	0, 2, 47.26	5045.31	0, 2, 43.01	4589.46	0, 2, 28.28
4539.55	0, 2, 26.53					4966.16	0, 2, 40.42
5121.86	0, 2, 45.31						

## تعارض منافع

«هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندها بیان نشده است.»

## منابع

- [1] Shirazian, Masoud, Mohammad Bagherbandi, and Hamed Karimi. "Network-aided reduction of slope distances in small-scale geodetic control networks." *Journal of Surveying Engineering* 147.4 (2021): 04021024.
- [2] Ågren, Jonas, et al. "Noggrann höjdbestämning med den nya nationella geoidmodellen SWEN17\_RH2000." *Swedish. J. In Proc., Conf. on Kartdagarna. Gävle, Sweden: Lantmäteriet*. 2018.
- [3] Bagherbandi, Mohammad, et al. "Physical and geometric effects on the classical geodetic observations in small-scale control networks." *Journal of Surveying Engineering* 149.1 (2023): 04022014.
- [4] Ashkenazi, V., and P. D. Howard. "An empirical method for refraction modelling in trigonometrical heighting." *Survey Review* 27.213 (1984): 311-322.
- [5] Bell B. The use and calibration of the Kern ME5000 Mekometer: Proceedings. Stanford Linear Accelerator Center, Menlo Park, CA (United States); 1992 Sep 1.
- [6] Hooijberg, Maarten. *Geometrical geodesy*. Springer, Berlin, 2008.
- [7] Kurylev Y, Lassas M, Uhlmann G. Rigidity of broken geodesic flow and inverse problems. *American journal of mathematics*. 2010;132(2):529-62.
- [8] Brunner FK. Geodetic refraction. Berlin: Shringer. 1984;216.
- [9] Dodson, A. H., and M. Zaher. "Refraction effects on vertical angle measurements." *Survey Review* 28.217 (1985): 169-183.

## نتیجه‌گیری

نتایج به دست آمده به ما نشان می‌دهد این تصور که امتدادهای قائم بر ژئوئید را می‌توان موازی فرض کرد نادرست است. تنافر این قائم‌ها اثر قابل توجهی بر مشاهدات زاویه قائم و درنتیجه بر تصحیح تبدیل به افق طول‌های مایل می‌گذارد. نادیده انگاشتن این تأثیر باعث ایجاد خطای سیستماتیک در مشاهدات طول می‌گردد. درروش رایج کنونی، جهت رفع این خطای مشاهدات زوایای قائم به صورت دوطرفه و همزمان از دو سر طول بازها انجام می‌شود. همچنین نقاط دو طرف طول باز می‌بایست حتی الامکان همارتفاع باشند.

باید در نظر داشت این اختلاف فاحش در کشور سوئد که ژئوئید همواری دارد به دست آمده است درنتیجه در کشورهایی با سطح ژئوئید پیچیده‌تر مانند کشور ایران این خطای ممکن است به مرتبه بیشتر باشد. بنابراین اگر ما سطح ژئوئید دقیق را داشته باشیم این خطای قابل محاسبه و حذف است. در غیر این صورت یا باید از روش رایج کنونی استفاده کنیم یا استفاده از روش به دست آمده در پژوهش Shirazian et al. (۲۰۲۱) پیشنهاد می‌شود. لازم به ذکر است که در روش پیشنهاد شده پژوهش مذکور، زاویه قائم در معادله تصحیح تبدیل به افق طول‌ها حذف شده است. در نتیجه‌ی حذف زاویه قائم از مشاهدات، دیگر نیازی به قراتهای دوطرفه و در نظر گرفتن نقاط همارتفاع در شبکه وجود ندارد و درنتیجه با کاهش تعداد نقاط مورد نیاز شبکه، مفاهیم طراحی شبکه با استفاده از این روش تغییر زیادی می‌کند.

## مشارکت نویسندها

در این مقاله نویسندها به نسبت برابر مشارکت داشته‌اند.

## تشکر و قدردانی

از آقای دکتر محمد باقریندی از دانشگاه Gävle کشور سوئد که ما را در این تحقیق یاری نمودند سپاسگزاری می‌نماییم.

- [25] Rapp RH. Geometric geodesy part I. Ohio State University Department of Geodetic Science and Surveying; 1991.
- [26] Schaffrin B. Aspects of network design. In Optimization and design of geodetic networks 1985 (pp. 548-597). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- [27] Awange JL, Faisal Anwar AH, Forootan E, Nikraz H, Khandu K, Walker J. Enhancing civil engineering surveying learning through workshops. Journal of Surveying Engineering. 2017 Aug 1;143(3):05017001.
- [28] Sjöberg, Lars E., and Mohammad Bagherbandi. Gravity inversion and integration. Basel, Switzerland: Springer International Publishing AG, 2017.
- [29] Schroedel, Joseph. "Engineering and Design-Structural Deformation Surveying." US Army Corps of Engineers (2002): 20314-1000.
- [30] Vanicek, Petr, and Edward J. Krakiwsky. Geodesy: the concepts. Elsevier, 2015.
- [31] Vincenty T. Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. Survey review. 1975 Apr 1;23(176):88-93.

### معرفی نویسندها

#### AUTHOR(S) BIOSKETCHES



**مسعود شیرازیان** دارای مدرک دکتری تخصصی مهندسی نقشه‌برداری (گرایش ژئودزی-GNSS) از انتستیتو تکنولوژی سلطنتی استکلهلم کشور سوئد می‌باشد. از سال ۱۳۹۵ به عنوان استادیار در گروه مهندسی نقشه‌برداری دانشگاه دبیر شهید رجایی تهران مشغول به فعالیت بوده‌اند. ایشان تاکنون موفق به چاپ بیش از ۱۹ مقاله در مجلات و کنفرانس‌های معتبر بین‌المللی شده‌اند. زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: ژئودزی هندسی، GNSS هوافناکی مبتنی بر آنالیز تغییر شکل سازه‌های بزرگ.

**Shirazian, M. Assistant Professor at the Department of Surveying Engineering, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajae Teacher Training University, Tehran, Iran**

m.shirazian@sru.ac.ir



**فرزاد حاج محمود عطار** دارای مدرک کارشناسی ارشد مهندسی عمران (گرایش سنجش از دور) از دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران می‌باشد. پس از ۵ سال فعالیت در صنعت، از سال ۱۴۰۰ تاکنون به عنوان کارشناس GIS در شرکت تأمین و تصفیه شهر تهران مشغول به کار هستند. ایشان تاکنون موفق به چاپ دو مقاله در

[10] Ekman, Martin, and Jonas Agren. Reanalysing astronomical coordinates of old fundamental observatories using satellite positioning and deflections of the vertical. Åland Islands, Sweden: Summer Institute for Historical Geophysics, 2010.

[11] Featherstone WE, Rüeger JM. The importance of using deviations of the vertical for the reduction of survey data to a geocentric datum. Australian surveyor. 2000 Dec 1;45(2):46-61.

[12] Amiri-Simkoeei, Ali Reza, et al. "Basic concepts of optimization and design of geodetic networks." Journal of Surveying Engineering 138.4 (2012): 172-183.

[13] Bagherbandi M, Shirazian M, Ågren J, Horemuz M. Physical and geometric effects on the classical geodetic observations in small-scale control networks. Journal of Surveying Engineering. 2023 Feb 1;149(1):04022014.

[14] Hirt C, Seeber G. Astrogeodätische Lotabweichungsbestimmung mit dem digitalen Zenitkamerasystem TZK2-D. ZfV-Zeitschrift für Geodäsie, Geoinformation und Landmanagement. 2002;127:388-96.

[15] Hofmann-Wellenhof B, Lichtenegger H, Wasle E. GNSS-global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more. Springer Science & Business Media; 2007 Nov 20.

[16] Jekeli, Ch. "An analysis of vertical deflections derived from high-degree spherical harmonic models." Journal of Geodesy 73 (1999): 10-22.

[17] Hooijberg M. Practical geodesy: using computers. Springer Science & Business Media; 2012 Dec 6.

[18] Lindbom J, Tirén K. Kvalitetsundersökning av Laserdata Skog: Terrängtypens inverkan på punktmolnets återgivning av markytan.

[19] Meyer, Thomas H., and Ahmed F. Elaksher. "Solving the multilateration problem without iteration." Geomatics 1.3 (2021): 324-334.

[20] Featherstone WE, Kirby JF, Hirt C, Filmer MS, Claessens SJ, Brown NJ, Hu G, Johnston GM. The AUSGeoid09 model of the Australian height datum. Journal of Geodesy. 2011 Mar;85:133-50.

[21] Brisco, B., et al. "Precision agriculture and the role of remote sensing: a review." Canadian Journal of Remote Sensing 24.3 (1998): 315-327.

[22] Vincenty T. Direct and inverse solutions of geodesics on the ellipsoid with application of nested equations. Survey review. 1975 Apr 1;23(176):88-93.

[23] Pavlis NK, Holmes SA, Kenyon SC, Factor JK. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). Journal of geophysical research: solid earth. 2012 Apr;117(B4).

[24] Rapp, Richard H. Geometric geodesy part I. Ohio State University Department of Geodetic Science and Surveying, 1991.

Hajmehoudattar, F. Department of Surveying Engineering, Faculty of Civil Engineering, Shahid Rajaee Teacher Training University, Tehran, Iran

 farzad.attar@yahoo.com

مجلات و کنفرانس‌های معتبر داخلی شده‌اند. زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: مهندسی نقشه‌برداری، پردازش تصویر، تصویربرداری با پهپاد، و سنجش از دور.

**Citation (Vancouver):** Shirazian M, Hajmehoudattar F. [Estimating Geoidal Vertical Skewness and its effect on the reduction of the slope distances to the horizontal ones ]. *J. RS. GEO/INF. RES.* 2024; 2(2): 179-186

 <https://doi.org/10.22061/jrsgr.2024.10644.1048>



#### COPYRIGHTS



© 2024 The Author(s). This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0)  
(<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)