



## Original Research PAPER

# Position determining of space vehicles using star sensors and earth horizon sensor

M. Jalilian, M. Nasiri Sarvi\*

Department of Satellite Engineering, School of Advanced Technologies, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran

### ABSTRACT

Received: 19 July 2025  
Reviewed: 08 September 2025  
Revised: 02 November 2025  
Accepted: 19 January 2026

#### KEYWORDS:

Position determination  
Star sensor  
Earth horizon sensor  
Attitude determination  
Data composition

\* Corresponding authors

✉ [mnasiri@iust.ac.ir](mailto:mnasiri@iust.ac.ir)

☎ (+9821) 73220000

**Background and Objectives:** Optical navigation for spacecraft in low Earth orbit is increasingly valued as a primary or backup solution when radio-frequency positioning becomes unreliable due to interference, intermittent coverage, or mission constraints. This study addresses the need for a robust, low-overhead processing chain that can estimate both state and position using only onboard imaging sensors. The approach intentionally combines two complementary sources of information: a star sensor, which stabilizes attitude estimation and improves the linearization needed for filtering, and an Earth-horizon sensor, which imposes a strong geometric constraint along the radial direction of the orbit. The overarching objective is to design and validate a non-synchronous fusion architecture that produces accurate and temporally well-behaved estimates without relying on external radio navigation. Specifically, the study aims to: develop a geometry-aware weighting strategy aligned with the radial, along-track, and cross-track frame; enforce principled statistical (ناحیه بندی) گیتینگ to ensure measurement quality; and apply selective post-processing to reduce short-period fluctuations in the along-track and cross-track directions while preserving the radial constraint provided by the Earth-horizon sensor. The intended outcome is a practical chain suitable for small satellites and missions with limited computational resources, and for operational contexts that are sensitive to transient estimation oscillations.

**Methods:** The investigation is performed in a high-fidelity simulation of a representative low Earth orbit with truth data generated by an orbital propagator and environmental models suitable for that regime. Two complementary measurement models are employed. The star sensor provides direction vectors that primarily stabilize the attitude solution and the associated linearization of the dynamics. The Earth-horizon sensor provides limb observations that yield a strong constraint on radial position. Because the sensors operate at different update rates, fusion is event-driven: measurement updates are processed whenever new data arrive, while state predictions evolve continuously according to the orbital dynamics and disturbance models. Temporal alignment across the two streams is handled through state interpolation. Measurement quality is controlled by statistical (ناحیه بندی) گیتینگ based on the Mahalanobis distance to reject outliers without discarding informative data. To respect the physics of the orbit geometry, an elliptical weighting scheme is formulated in the radial, along-track, and cross-track frame so that information is emphasized where each sensor is most informative. After filtering, a Rauch–Tung–Striebel smoother is applied selectively to the along-track and cross-track components, leaving the radial estimate unchanged to avoid weakening the Earth-horizon constraint. Performance is evaluated across multiple noise regimes and viewing conditions. Error behavior is characterized using root-mean-square and mean-absolute measures, together with time-domain analyses of innovations, acceptance rates for measurement updates, and qualitative inspection of position-component traces in the orbital frame.

**Findings:** The non-synchronous fusion of star and Earth-horizon measurements yields a clear and consistent reduction in overall position error relative to a filter-only baseline. The radial component exhibits rapid convergence and remains tightly constrained throughout, reflecting the strong geometric information provided by the Earth-horizon sensor. The selective post-processing smooths the along-track and cross-track components, attenuating short-period oscillations without introducing noticeable bias or drift, and doing so while intentionally leaving the radial component unaffected. Analyses of the innovations and the evolution of their orientation confirm that temporal alignment is effective and that the geometry-aware weighting is well tuned. Acceptance rates for measurement updates remain steady across scenarios, indicating that statistical (ناحیه بندی) گیتینگ is neither overly permissive nor

excessively conservative. Under more challenging noise conditions, the chain maintains stable behavior: convergence persists, error growth is bounded, and the largest variability continues to appear in the along-track and cross-track directions, where the smoother delivers the most visible benefit. Visual inspection of the component-wise time histories corroborates these conclusions, showing consistent damping of fluctuations in the orbital plane and a preserved, physically plausible trajectory along the radial direction. Computational demands remain modest, supporting deployment on resource-limited platforms.

**Conclusion:** The proposed fusion chain—built on complementary sensors, event-driven filtering, geometry-aware weighting, principled (ناحیه بندی) گیتینگ, and selective post-processing—offers a practical and deployable framework for optical navigation in low Earth orbit. Beyond improving accuracy, the method delivers temporally orderly estimates that are well suited to threshold-based decision making in flight operations. The approach is especially relevant for small satellites and missions that must tolerate intermittent or degraded radio-frequency positioning. Nevertheless, several factors warrant further investigation before routine operational use. Because the present results are obtained in simulation, progression to ground and hardware-in-the-loop testing with real sensors is essential, together with careful calibration of installation matrices. Sensitivity to Earth-horizon sensor bias, scattered light, extended eclipse periods, and short maneuver segments should be quantified. From an estimation standpoint, exploring alternative variants of the Kalman filter family, stronger constraints on the radial channel during smoothing, higher-fidelity environmental and dynamical models, and more precise handling of non-synchronous timing may yield additional gains. Taken together, these directions chart a clear path toward an operational, image-only navigation capability that can function independently of external radio infrastructure while meeting the accuracy and stability expectations of contemporary space missions.



NUMBER OF REFERENCES

55



NUMBER OF FIGURES

8



NUMBER OF TABLES

5

## مقاله پژوهشی

### تعیین موقعیت وسایل فضایی با استفاده از حسگر ستاره و حسگر افق زمین

مهدی جلیلیان، مهدی نصیری سروی\*

گروه مهندسی ماهواره، دانشکده فناوری های نوین، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

#### چکیده

**پیشینه و اهداف:** چکیده یکی از بخش های کلیدی هر مقاله است و باید به صورت سازمان یافته و روشن، زمینه، مسأله و هدف را در کنار روش، یافته ها و نتیجه گیری بیان کند. در حوزه ناوبری نوری فضاپیما در مدار پایین زمین، اتکاب به حسگرهای مبتنی بر تصویر به عنوان جایگزین یا پشتیبان سامانه های رادیویی اهمیت فزاینده ای یافته است. چالش اصلی، حفظ دقت و پایداری در شرایطی است که پوشش سامانه های رادیویی کاهش می یابد یا محیط دید دچار افت می شود. پژوهش حاضر بر پایه ادغام اطلاعات حسگر ستاره و حسگر افق زمین بنا شده است تا زنجیره ای ارائه دهد که بدون تکیه به زیرساخت رادیویی، بتواند وضعیت و موقعیت فضاپیما را با دقت قابل اتکا برآورد کند. ایده محوری آن است که حسگر افق زمین قید هندسی نیرومندی را در راستای شعاعی ایجاد می کند و حسگر ستاره، خطی سازی و پایایی تخمین وضعیت را بهبود می دهد. هدف ها به طور شفاف عبارتند از: طراحی و پیاده سازی یک زنجیره ادغام ناهم نرخ برای دو حسگر مکمل، تدوین راهبرد وزن دهی سازگار با هندسه مدار و سنجها، پایش کیفیت اندازه گیری ها با شاخص های آماری قابل تفسیر، و بهبود رفتار زمانی خروجی برای کاربردهای عملیاتی که نسبت به نوسان های کوتاه دوره حساس اند.

**روش ها:** سامانه پیشنهادی بر یک مسیر شبیه سازی شده در مدار پایین زمین و حقیقت مبنا حاصل از نرم افزار تخصصی شبیه سازی مداری استوار است. جریان داده شامل بردارهای ستاره ای از حسگر ستاره و لبه افق زمین از حسگر افق زمین است که با نرخ های متفاوت در دسترس قرار می گیرند. ادغام بر پایه یک فیلتر کالمن توسعه یافته انجام می شود

تاریخ دریافت: ۲۸ تیر ۱۴۰۴  
تاریخ داوری: ۱۷ شهریور ۱۴۰۴  
تاریخ اصلاح: ۱۱ آبان ۱۴۰۴  
تاریخ پذیرش: ۲۹ دی ۱۴۰۴

#### واژگان کلیدی:

تعیین موقعیت  
حسگر ستاره  
حسگر افق زمین  
تعیین وضعیت  
ترکیب داده

\* نویسنده مسئول

[mnasiri@iust.ac.ir](mailto:mnasiri@iust.ac.ir)

۰۲۱-۷۳۲۲۰۰۰۰ ①

که در آن معادلات دینامیکی وضعیت و مکان، با مدل‌سازی اختلالات اصلی و نویزهای فرایندی و اندازه‌گیری فرموله شده‌اند. به سبب ناهم‌نرخ بودن سنج‌ها، به‌روزرسانی‌ها به‌صورت رویدادمحور انجام می‌شود و برای هم‌ترازی زمانی، از میانبایی وضعیت بهره گرفته می‌شود. کنترل کیفیت اندازه‌گیری‌ها با گیتینگ (ناحیه بندی) آماری بر پایه فاصله ماهالانوبیس انجام می‌گیرد تا مؤلفه‌های ناسازگار به‌موقع کنار گذاشته شوند. برای هم‌سو کردن سهم اطلاعاتی هر راستا با فیزیک مسئله، از وزن‌دهی بیضوی در دستگاه شعاعی، مماسی و عمود بر مدار استفاده شده است. به‌منظور کاهش نوسان کوتاه‌دوره در راستاهای صفحه‌ای، اسموتینگ (صاف کننده) پس‌پردازشی از نوع راثو-تارب-استرایبل به‌صورت انتخابی تنها بر مؤلفه‌های غیرشعاعی اعمال می‌شود و برآورد شعاعی همان پرونداد فیلتر باقی می‌ماند تا قید افق زمین مخدوش نشود. ارزیابی کارایی در سناریوهای گوناگون نویزی انجام شده و محاسبه شاخص‌های خطا مانند میانگین مربعات و میانگین قدر مطلق خطا، در کنار تحلیل پایداری با رصد روند نوآوری و نرخ پذیرش به‌روزرسانی‌ها، مبنای قضاوت قرار گرفته است.

**یافته‌ها:** نتایج نشان داد ادغام ناهم‌نرخ حسگر ستاره و حسگر افق زمین در قالب فیلتر کالمن توسعه‌یافته به همراه اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی، خطای کلی مکان را به‌طور معناداری کاهش می‌دهد و هم‌زمان، راستای شعاعی به دلیل قید قوی حسگر افق زمین مقید و پایدار باقی می‌ماند. کاهش محسوس نوسان در مؤلفه‌های صفحه‌ای با حفظ رفتار طبیعی مؤلفه شعاعی مشاهده شد؛ به‌گونه‌ای که منحنی‌های خطا در بازه زمانی، الگوی هموارتر و سازگارتر با دینامیک مدار پیدا کردند. محاسبه خطای میانگین مربعات و میانگین قدر مطلق، بهبود پلیدار عملکرد را نسبت به حالت بدون اسموتینگ (صاف کننده) تأیید کرد و تحلیل نوآوری نشان داد هم‌ترازی زمانی و وزن‌دهی اندازه‌گیری‌ها به‌درستی تنظیم شده است. نرخ پذیرش به‌روزرسانی‌ها روند یکنواختی داشت و نشان داد گیتینگ (ناحیه بندی) آماری توانسته است تعادل مطلوبی میان حذف پرت‌ها و حفظ اطلاعات مفید برقرار کند. ارزیابی سناریوهای با نویز بالاتر نشان داد هرچند دامنه نوسان افزایش می‌یابد و زمان رسیدن به باند عملکرد طولانی‌تر می‌شود، سامانه پیشنهادی همچنان به محدوده خطای قابل قبول همگرا می‌شود و بیشترین تأثیر اسموتینگ (صاف کننده) در راستاهای صفحه‌ای نمود دارد.

**نتیجه‌گیری:** جمع‌بندی نتایج نشان می‌دهد ترکیب دو حسگر مکمل با ادغام ناهم‌نرخ، وزن‌دهی سازگار با هندسه مدار و اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی، چارچوبی عملی و کم‌هزینه برای ناوبری نوری در مدار پایین زمین فراهم می‌کند. این چارچوب علاوه بر ارتقای دقت، رفتار زمانی منظم‌تری تولید می‌کند که برای تصمیم‌گیری‌های آستانه‌محور در عملیات فضایی ارزشمند است. از دید کاربرد، راهکار پیشنهادی برای ماهواره‌های کوچک و مأموریت‌های با منابع محاسباتی محدود مناسب است و می‌تواند نقش پشتیبان یا جایگزین سامانه‌های رادیویی را در شرایط دشوار بر عهده گیرد. در عین حال، محدودیت‌هایی مانند اتکا به محیط شبیه‌سازی و ساده‌سازی برخی مدل‌ها وجود دارد. گذار به محیط عملیاتی مستلزم آزمایش‌های زمینی و در حلقه با حسگرهای واقعی و نیز کالیبراسیون دقیق ماتریس‌های نصب است. پیشنهاد می‌شود حساسیت سامانه نسبت به بایاس حسگر افق زمین، درخشش پراکنده، دوره‌های طولانی سایه و مانورهای گذرا بررسی شود. از منظر برآورد، آزمون گونه‌های پیشرفته فیلتر کالمن و طراحی اسموتینگ (صاف کننده) با قیدهای سخت‌تر، همراه با مدل‌سازی پرفیدلی دینامیک و زمان‌بندی دقیق‌تر در ادغام ناهم‌نرخ، می‌تواند مسیر ارتقای بیشتر را هموار کند و زمینه را برای توسعه نسخه‌های عملیاتی آماده به کار فراهم آورد.

## مقدمه

مدار (که نیاز به محاسبات پویا دارند) یا محیط‌های پرنویز (مانند نزدیکی به میدان‌های مغناطیسی قوی)، ممکن است کیفیت سیگنال افت کند یا پوشش کامل قطع شود. در چنین شرایطی، وابستگی کامل به GNSS نه تنها ریسک عملیاتی را افزایش می‌دهد، بلکه با اهداف راهبردی مانند خودکفایی ملی در فناوری‌های فضایی و افزایش تاب‌آوری سامانه‌ها در برابر اختلالات خارجی سازگار نیست [۱]. بنابراین، رویکردهای جایگزین مبتنی بر حسگرهای دیدمحور—که از داده‌های بصری مانند تصاویر ستارگان یا افق زمین استفاده می‌کنند—به عنوان گزینه‌های مستقل و مقاوم [۲]، نقش کلیدی در زنجیره ناوبری فضایی ایفا می‌کنند. این رویکردها نه تنها برای متخصصان هوافضا، بلکه برای مهندسان کنترل (که به الگوریتم‌های فیلترینگ علاقه‌مند هستند) و کارشناسان پردازش سیگنال (که با تحلیل داده‌های نویزی سروکار دارند) نیز جذاب هستند [۳-۵].

با پیشرفت سریع مأموریت‌های فضایی در مدارهای پایین زمین (LEO) و گسترش نسل‌های جدید ماهواره‌های کوچک و کم‌هزینه مانند کیوبست‌ها و نانوست‌ها، نیاز به سامانه‌های ناوبری دقیق، خودمختار و اقتصادی بیش از پیش برجسته شده است. این سامانه‌ها باید موقعیت و وضعیت فضاپیما را بدون وابستگی به زیرساخت‌های خارجی تعیین کنند، زیرا محیط فضایی چالش‌هایی مانند تداخل سیگنال، محدودیت‌های انرژی و شرایط نویزی را به همراه دارد. سامانه‌های ناوبری ماهواره‌ای مانند GNSS (مانند GPS) به عنوان یک مرجع استاندارد برای موقعیت‌سنجی عمل می‌کنند و در بسیاری از سناریوهای عملیاتی موفق بوده‌اند، اما محدودیت‌هایی دارند: برای مثال، در عبورهای طولانی از سایه زمین (جایی که سیگنال‌ها تضعیف می‌شوند)، مأموریت‌های تغییر

اسموتینگ (صاف کننده) مانند یک فیلتر نرم کننده عمل می کند که فقط روی بخش های مورد نیاز اعمال می گردد. همچنین، کنترل کیفیت اندازه گیری ها با گیتینگ (ناحیه بندی) ماهالانوبیس (Mahalanobis) گیتینگ (ناحیه بندی) (انجام می شود، که اندازه گیری های ناسازگار (با فاصله آماری بیش از حد آستانه) را رد می کند تا پایداری فیلتر حفظ شود و از واگرایی جلوگیری شود [۱۱-۱۴].

مسئله علمی این پژوهش، فراتر از طراحی فنی یک سامانه ادغامی، ارزیابی دقیق و قابل اعتماد «تأثیر واقعی این معماری» بر دقت و پایداری تعیین موقعیت است [۱۵]. برای این منظور، پیکربندی های مختلف در سناریوهای نویزی کم، متوسط و زیاد با داده های حقیقت مبنا (ground truth) از مدار حقیقی شبیه سازی شده در نرم افزار STK مقایسه می شوند. این مقایسه نه تنها سهم هر حسگر را روشن می کند، بلکه برتری ترکیب پیشنهادی را در شرایط واقعی نشان می دهد و برای خوانندگانی از رشته های مرتبط مانند مهندسی برق (با تمرکز روی فیلترهای کالمن) یا کامپیوتر (با تأکید روی پردازش داده های بصری) مفید است [۱۶-۱۹].

از منظر مدل سازی، دینامیک مداری با معادلات حرکت دوجسم (two-body) اختلال J2 (که اثر ناهمواری گرانشی زمین را مدل می کند) و انتگرال گیری عددی گام ثابت (fixed-step integration) پیاده سازی شده است. چارچوب RTN به عنوان ابزاری ساده و استاندارد برای تحلیل خطا و طراحی وزن دهی استفاده می شود؛ در این چارچوب، قید شعاعی EHS به طور مستقیم بر مؤلفه R تأثیر می گذارد، در حالی که STR با تعیین دقیق وضعیت، خطی سازی EKF (که مشتقات Jacobian را برای تخمین غیرخطی نیاز دارد) را پایدار نگه می دارد و انتقال بردارهای اندازه گیری بین چارچوب بدنه و اینرسی را امکان پذیر می سازد (با استفاده از ماتریس چرخش بر اساس کوآرنیون ها). معماری ناهم نرخ اجازه می دهد اندازه گیری های STR و EHS با زمان بندی های متفاوت وارد فیلتر شوند، و گیتینگ (ناحیه بندی) هندسی (با آستانه های شل و سفت برای نوآوری ها) از ورود داده های پرت جلوگیری می کند؛ سپس، اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی—RTS که تنها بر مؤلفه های T/N اعمال می شود—به عنوان یک گام سبک پس پردازش، دقت زمانی را بهبود می بخشد بدون اینکه بار محاسباتی در زمان واقعی افزایش یابد [۲۰-۲۷].

نوآوری های مقاله در دو جنبه اصلی خلاصه می شوند: (۱) ادغام ناهم نرخ STR و EHS در EKF با وزن دهی بیضوی سازگار با RTN، که قفل شعاعی را تقویت کرده و پایداری خطی سازی را ارتقا می دهد؛ (۲) اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی RTS بر مؤلفه های T/N برای کاهش نوسان های زمانی و بهبود دقت کاربردی، بدون هزینه محاسباتی برخط. بدین ترتیب، مقاله با تمرکز بر یک سؤال کلیدی—چگونه این معماری دقت تعیین موقعیت مستقل از GNSS را بهبود می بخشد؟—و با آزمایش های سناریومحور در محیط های LEO، راهکاری عملی ارائه می دهد که نه تنها برای متخصصان هوافضا، بلکه برای مهندسان کنترل و پردازش سیگنال نیز قابل استفاده است [۲۸، ۲۹].

در میان حسگرهای دیدمحور، حسگر ستاره (Star Tracker, STR) به عنوان یک ابزار استاندارد برای تعیین وضعیت شناخته می شود. این حسگر با تصویربرداری از آسمان و تطبیق الگوی ستاره ها با کاتالوگ های نجومی شناخته شده، زاویه های دقیق وضعیت فضاپیما را نسبت به چارچوب مرجع اینرسی (مانند چارچوب زمین مرکز-اینرسی یا ECI) محاسبه می کند—دقتی که معمولاً در حد ثانیه های قوسی (arcsecond) است و امکان چرخش دقیق بین چارچوب بدنه فضاپیما و چارچوب جهانی را فراهم می آورد [۶]. برای مثال، STR مانند یک قطب نمای آسمانی عمل می کند که جهت گیری فضاپیما را بدون نیاز به سیگنال خارجی تعیین می نماید. با این حال، این حسگر به تنهایی اطلاعات مستقیم در مورد موقعیت مکانی (مانند فاصله از زمین) ارائه نمی دهد و برای تبدیل دقت وضعیت به دقت موقعیت، نیاز به اطلاعات مکمل هندسی دارد. حسگر افق زمین (Earth Horizon Sensor, EHS) دقیقاً این نقش مکمل را ایفا می کند: این حسگر با تشخیص لبه افق زمین (از طریق اسکنرهای مادون قرمز یا بصری)، بردار نادیر (جهت مستقیم به مرکز زمین) و زاویه افق ( $\alpha$ )، زاویه بین خط دید به افق و بردار نادیر را استخراج می کند. این اندازه گیری ها قیدی شعاعی بر موقعیت اعمال می کنند، زیرا زاویه افق حساس به ارتفاع مداری است. بنابراین، ترکیب STR (برای دقت زاویه ای بالا) و EHS (برای قید فاصله) می تواند یک سامانه ناوبری کامل و مستقل ایجاد کند، که برای مهندسان سیستم های کنترل (که به ادغام حسگرها علاقه مند هستند) و متخصصان پردازش تصویر (که با استخراج ویژگی های بصری سروکار دارند) مفید است [۷-۱۰].

این مقاله یک معماری ادغامی ناهم نرخ (asynchronous fusion) مبتنی بر فیلتر کالمن گسترش یافته (Extended Kalman Filter, EKF) را معرفی و ارزیابی می کند. در این رویکرد، داده های STR (که معمولاً با نرخ بالاتری مانند ۱۰ هرتز تولید می شوند) و EHS (با نرخ پایین تر مانند ۱ هرتز) به صورت رویدادمحور (event-driven) تلفیق می شوند، به این معنا که هر اندازه گیری جدید بلافاصله و بدون انتظار برای هم زمانی وارد فیلتر می شود. هسته این معماری بر دو ایده کلیدی استوار است: نخست، «وزن دهی بیضوی» (elliptical weighting) به ماتریس نويز اندازه گیری (R) بر اساس چارچوب محلی-مداری (Radial-Tangential-Normal, RTN) —چارچوبی که موقعیت را به مؤلفه شعاعی R، (جهت از مرکز زمین)، مماسی T، (جهت حرکت مداری) و عمودی N، (عمود بر صفحه مدار) تجزیه می کند. این وزن دهی باعث می شود سهم اطلاعاتی قوی تر در جهت شعاعی (از هندسه افق EHS) برجسته شود، در حالی که مؤلفه های مماسی و عمودی با کمک دقت بالای وضعیت STR تقویت گردند. دوم، «اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی راوش-توماس-استربل (Rauch-Tung-Striebel, RTS)» برای مؤلفه های T/N در مرحله پس پردازش (post-processing)، به نحوی که قید شعاعی از EHS حفظ شود و نوسان های کوتاه مدت در جهت های کمتر مشاهده پذیر (مانند T/N) کاهش یابد، بدون اینکه تأخیری در مؤلفه R ایجاد شود—این

چارچوب محلی-مداری (RTN). برای تحلیل خطا و طراحی وزن‌دهی سنج‌ها، از دستگاه محلی RTN استفاده می‌شود:

$$\hat{R} = \frac{r}{\|r\|}, \hat{N} = \frac{r \times v}{\|r \times v\|}, \hat{T} = \hat{N} \times \hat{R} \quad (۴)$$

نگاشت  $RTN \leftrightarrow ECI$  برای گزارش تفکیکی خطاها و همچنین برای تنظیم «بیضوی» ماتریس نویز اندازه‌گیری  $R$  به کار می‌رود تا به راستای شعاعی—که به واسطه هندسه افق بهتر مشاهده می‌شود—وزن مؤثرتری نسبت به جهات  $T/N$  داده شود [۲۰، ۲۷، ۴۱].

مدل‌های اندازه‌گیری. (۱) STR: وضعیت را به صورت کوانترنیوم  $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$  فراهم می‌کند. ماتریس کسینوس‌های جهتی با قرارداد «اینرسی—بدنه» [۴۲]:

$$C_i^b(q) = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_1q_3 - q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 - q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 + q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 + q_0q_2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

(۲) EHS: دو سنجه مکمل ارائه می‌دهد: بردار نادیر و زاویه افق. بردار نادیر اندازه‌گیری شده در بدنه  $n_b^{meas}$  با وضعیت STR به اینرسی منتقل و با پیش‌بینی هندسی  $r/\|r\|$  مقایسه می‌شود؛ نوآوری برداری متناظر:

$$z_n = C_b^i(q) n_b^{meas} + \frac{r}{\|r\|} \quad (۶)$$

زاویه افق  $\alpha$  نسبت به فاصله از زمین بسیار حساس است و در فرض زمین کروی چنین مدل می‌شود:

$$\alpha = \arccos \left( \frac{R_e}{\|r\|} \right) + b_\alpha + v_\alpha, \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{R_e}{\|r\|^3 \sqrt{1 - \left( \frac{R_e}{\|r\|} \right)^2}} r^T \quad (۷)$$

که در آن  $b_\alpha$  بایاس سنجه و  $v_\alpha$  نویز اندازه‌گیری است. ترکیب  $z_n$  و  $\alpha$  یک «اندازه‌گیری شبه‌سه‌بعدی (معادله ۸)» [۱۰] از مکان در ECI می‌سازد: قید شعاعی عمدتاً از  $\alpha$  و قیدهای صفحه‌ای از  $z_n$  تأمین می‌شود [۴۳-۴۷].

$$z_3 = -\rho \hat{n}_{ECI} \quad (۸)$$

از آن‌جا که ادغام اندازه‌گیری‌ها در فیلتر ناهم‌نرخ است، یعنی بردار نادیر و زاویه افق الزاماً در یک زمان و با یک نرخ نمونه‌برداری وارد فیلتر نمی‌شوند، ماتریس خطی‌سازی  $H$  برای هر نوع اندازه‌گیری جداگانه محاسبه می‌شود و به‌روزرسانی‌ها به‌صورت مستقل انجام می‌گیرند. برای اندازه‌گیری برداری سه‌بعدی، ماتریس  $H_3$  ابعاد  $3 \times 7$  دارد و تنها مشتق‌های نسبت به  $r$  غیرصفر هستند، در حالی که ستون‌های متناظر با سرعت و بایاس صفر است. این ماتریس به صورت

$$H_3 = \frac{\partial h_3}{\partial x} = \left[ \frac{\partial h_3}{\partial r}, 0_{3 \times 3}, 0_{3 \times 1} \right] \quad (۹)$$

نوشته می‌شود که در آن مشتق نسبت به موقعیت برابر است با

$$\frac{\partial h_3}{\partial r} = -\frac{1}{\|r\|} (I_3 - \frac{r r^T}{\|r\|^2}) \quad (۱۰)$$

ساختار ادامه مقاله به شرح زیر است: بخش «روش» دینامیک، مدل‌های سنجه، معماری EKF، سیاست گیتینگ (ناحیه بندی) و اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی را شرح می‌دهد؛ سپس در بخش «نتایج و بحث»، عملکرد چهار پیکربندی یادشده در سناریوهای نویزی گوناگون گزارش و تحلیل می‌شود؛ در پایان، «نتیجه‌گیری» پیام کمی و توصیه‌های عملی برای پیاده‌سازی در مأموریت‌های کوچک‌ماهواره و مدارهای خورشیدآهنگ را جمع‌بندی می‌کند.

## روش تحقیق

در این پژوهش، تعیین موقعیت وسیله فضایی در مدارهای نزدیک زمین بر پایه ادغام ناهم‌نرخ داده‌های حسگر ستاره (STR) و حسگر افق زمین (EHS) در قالب یک فیلتر کالمن گسترش‌یافته (EKF) انجام می‌شود. در معماری پیشنهادی، وضعیت (attitude) از STR اخذ شده و صرفاً برای نگاشت دقیق بردارها میان چارچوب بدنه و اینرسی به کار می‌رود؛  $C_b^i$  برآوردی فیلتر محدود به بردار مکان و سرعت (و در صورت نیاز، بایاس سنجه زاویه افق) است. حقیقت بدنه (مکان، سرعت و وضعیت) با استفاده از مدار حقیقی تولیدشده در STK استخراج می‌شود تا هم‌ترازی زمانی، صحت‌سنجی و قابلیت بازتولید تضمین گردد. نرخ داده STR حدود ۱۰ هرتز و EHS حدود ۱ هرتز در نظر گرفته شده است و ادغام، رویدادمحور و ناهم‌نرخ انجام می‌شود [۷، ۹، ۳۰-۳۶].

مدل دینامیکی و گسسته‌سازی. بردار حالت به صورت  $x = [r; v] \in \mathbb{R}^6$  در چارچوب اینرسی (ECI/J2000) تعریف می‌شود و پویایی پیوسته با معادلات دوجسم و اختلال غیرکروی درجه دوم زمین ( $J_2$ ) مدل می‌گردد:

$$\dot{r} = v, \dot{v} = a_{\text{جسم}} + a_{J_2} + w_a, a_{\text{جسم}} = -\mu \frac{r}{\|r\|^3} \quad (۱)$$

برای مؤلفه  $J_2$  از فرم استاندارد استفاده می‌شود:

$$a_{J_2} = \frac{3J_2 \mu R_e^2}{2\|r\|^5} \begin{bmatrix} x \left( \frac{z^2}{\|r\|^2} - 1 \right) \\ y \left( \frac{z^2}{\|r\|^2} - 1 \right) \\ z \left( \frac{z^2}{\|r\|^2} - 3 \right) \end{bmatrix} \quad (۲)$$

که در آن  $\mu$  پارامتر گرانشی زمین،  $R_e$  شعاع میانگین زمین است. انتگرال‌گیری با روش رانگ-کوتای مرتبه چهار (RK4) و گام ثابت  $\Delta t$  انجام می‌شود. برای استفاده در EKF، گذار گسسته و کوواریانس فرایند با مدل «سرعت ثابت با نویز شتاب سفید» ساخته می‌شود:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} I & \Delta t I \\ 0 & I \end{bmatrix}, Q_d = q_c \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^3}{3} I & \frac{\Delta t^2}{2} I \\ \frac{\Delta t^2}{2} I & \Delta t I \end{bmatrix} \quad (۳)$$

و در صورت افزوده شدن حالت‌های بایاس،  $\Phi_k$  و  $Q_d$  مطابق ابعاد توسعه می‌یابند [۳۷-۴۰].

منفی اند که با ماهیت پروژکتوری ماتریس سازگار است. برای اندازه گیری اسکالر زاویه افق، ماتریس  $H_\alpha$  در همین گام زمانی به صورت

$$H_\alpha \approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۶)$$

محاسبه شده است. مؤلفه اول این بردار (وابسته به  $r_x$ ) حساسیت بالای زاویه افق به تغییرات شعاعی مدار را نشان می دهد و مؤلفه آخر نیز وابستگی مستقیم و خطی این اندازه گیری به بایاس  $b_\alpha$  را منعکس می کند [۴۱].

در EKF و ادغام ناهم نرخ چرخه پیش بینی-به روزرسانی به صورت استاندارد پیاده سازی می شود. پیش بینی:

$$\hat{x}_{k|k-1} = f_d(\hat{x}_{k-1|k-1}), P_{k|k-1} = \Phi_k P_{k-1|k-1} \Phi_k^T + Q_d \quad (۱۷)$$

برای هر سنجه، نوآوری، کوواریانس نوآوری و گین:

$$v_k = z_k - h_k(\hat{x}_{k|k-1}), S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \quad (۱۸)$$

و به روزرسانی حالت و کوواریانس (فرم ژوزف):

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k v_k, P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1} (I - K_k H_k)^T + K_k R_k K_k^T \quad (۱۹)$$

ادغام سنجه ها رویدادمحور است: هرگاه داده STR/EHS برسد، بر مبنای برچسب زمانی و مدل اندازه گیری متناظر، یک به روزرسانی انجام می شود. برای ناهم نرخی و اختلاف زمان بندی، از هم تراز زمانی و در صورت لزوم میانبایی وضعیت STR استفاده می شود [۵۰-۵۲].

گیتینگ (ناحیه بندی) و کنترل کیفیت. برای حذف به موقع سنجه های ناسازگار، از گیتینگ (ناحیه بندی) ماهالانویس استفاده می شود:

$$dk^2 = v_k^T S_k^{-1} v_k \leq \chi_{m,1-\varepsilon}^2 \quad (۲۰)$$

که در آن  $m$  بعد سنجه جاری و  $\varepsilon$  سطح حذف است. در مراحل آغازین، یک فاز «گرم شدن» با تورم موقت  $Q$  یا  $R$  به کار می رود تا از رشدگی های کاذب جلوگیری شود؛ سپس پارامترها به مقادیر نامی بازمی گردند. ماتریس  $R$  در مبنای RTN بیضوی تنظیم می شود تا ناهمسانگردی اطلاعات (غلبه راستای شعاعی) به درستی بازتاب یابد [۴۵].

#### تنظیم پارامترهای فیلتر EKF و RTS

$Q$  یک ماتریس ریاضی است که نشان می دهد چقدر "نویز" یا عدم قطعیت در مدل حرکت فضاپیما (فرایند دینامیکی) وجود دارد. مثلاً، فضاپیما در مدار LEO (مدار پایین زمین، حدود ۲۰۰-۲۰۰۰ کیلومتر ارتفاع) حرکت نسبتاً پایداری دارد (به دلیل گرانش زمین و اثرات کوچک - J2 ناهموازی زمین)، پس مقدار  $Q$  کوچک انتخاب می شود تا فیلتر بیش از حد عدم قطعیت فرض نکند (یعنی جلوگیری از "overestimation" یا تخمین بیش از حد بدبینانه). مثال ساده: تصور

این عبارت در واقع یک پروژکتور عمود بر جهت شعاعی است و نشان می دهد که اندازه گیری برداری نادیر به طور ذاتی نسبت به تغییرات مماسی حساس تر از تغییرات شعاعی است. در حالت توسعه یافته برای  $\mathbf{r} = [r_x, r_y, r_z]^T$  مؤلفه های این ماتریس به صورت

$$\begin{bmatrix} -\frac{r_y r_z}{\|\mathbf{r}\|^3} & \frac{r_x r_y}{\|\mathbf{r}\|^3} & \frac{r_x r_z}{\|\mathbf{r}\|^3} \\ \frac{r_x r_y}{\|\mathbf{r}\|^3} & -\frac{r_x^2 - r_z^2}{\|\mathbf{r}\|^3} & \frac{r_y r_z}{\|\mathbf{r}\|^3} \\ \frac{r_x r_z}{\|\mathbf{r}\|^3} & \frac{r_y r_z}{\|\mathbf{r}\|^3} & -\frac{r_x^2 - r_y^2}{\|\mathbf{r}\|^3} \end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

به دست می آید و به خوبی ماهیت پروژکتوری این مشتق نسبت به راستای شعاعی را نشان می دهد [۴۱].

برای اندازه گیری اسکالر زاویه افق، ماتریس  $H_\alpha$  ابعاد  $1 \times 7$  دارد و به صورت  $H_\alpha = [\frac{\partial h_\alpha}{\partial \mathbf{r}}, \mathbf{0}_{1 \times 3}, \frac{\partial h_\alpha}{\partial b_\alpha}]$  نوشته می شود [۴۸]. با مشتق گیری از رابطه  $h_\alpha(\mathbf{X}) = \arcsin(\frac{R_e}{\|\mathbf{r}\|}) + b_\alpha$  به شکل

$$\frac{\partial h_\alpha}{\partial \mathbf{r}} = -\frac{R_e}{\|\mathbf{r}\|^3 \sqrt{1 - (\frac{R_e}{\|\mathbf{r}\|})^2}} \mathbf{r}^T \quad (۱۲)$$

به دست می آید که در فرم گسترده برای مؤلفه های  $(r_x, r_y, r_z)$  برابر است با

$$\begin{bmatrix} -\frac{R_e r_x}{\|\mathbf{r}\|^3 \sqrt{1 - (R_e/\|\mathbf{r}\|)^2}}, -\frac{R_e r_y}{\|\mathbf{r}\|^3 \sqrt{1 - (R_e/\|\mathbf{r}\|)^2}}, -\frac{R_e r_z}{\|\mathbf{r}\|^3 \sqrt{1 - (R_e/\|\mathbf{r}\|)^2}} \end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

مشتق نسبت به بایاس بسیار ساده و برابر با ۱ است؛ بنابراین ماتریس کامل  $H_\alpha$  به صورت

$$H_\alpha = [\frac{\partial h_\alpha}{\partial \mathbf{r}}, \mathbf{0}_{1 \times 3}, 1] \quad (۱۴)$$

نوشته می شود. این رابطه نشان می دهد که زاویه افق نسبت به تغییرات شعاعی مدار (که در  $\|\mathbf{r}\|$  منعکس می شود) حساسیت زیادی دارد، در حالی که نسبت به بایاس  $b_\alpha$  به صورت خطی و مستقیم وابسته است.

به عنوان یک نمونه عددی، یکی از ردیف های پس از دوره گرم شدن فیلتر (مثلاً ردیف یازدهم از فایل اکسل خروجی کالمن توسعه یافته) انتخاب شده است [۴۹]. در این گام، بردار موقعیت تخمینی به صورت  $\mathbf{r} = [7037.1916, -103.9930, 740.5268]^T$  کیلومتر بوده که اندازه آن حدود  $\|\mathbf{r}\| \approx 7077$  کیلومتر به دست می آید و شعاع زمین  $R_e = 6378$  کیلومتر فرض شده است. با جایگذاری این مقادیر در روابط تحلیلی، ماتریس  $H_3$  با ابعاد  $3 \times 7$  (که سه ستون آخر آن متناظر با سرعت و بایاس صفر است) به صورت تقریبی

$$H_3 \approx \begin{bmatrix} -1.58 \times 10^{-6} & -2.06 \times 10^{-6} & 1.47 \times 10^{-5} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2.06 \times 10^{-6} & -1.41 \times 10^{-6} & -2.17 \times 10^{-7} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1.47 \times 10^{-5} & -2.17 \times 10^{-7} & -1.40 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

به دست آمده است. این ساختار نشان می دهد که مشتق ها در راستاهای مماسی (اجزای خارج از قطر) غیر صفر هستند و مؤلفه های قطری



که در آن  $k_t = 0.55$  (وزن  $0.55$  برای مؤلفه‌های مماسی). این ساختار بیضوی، اعتماد بیشتری به اندازه‌گیری‌های مماسی دقیق‌تر از STR نسبت به اندازه‌گیری‌های شعاعی نویزی‌تر از EHS قائل است.

اندازه‌گیری تک‌بعدی از EHS -زاویه افق  $\alpha$ :

$$z_\alpha = \arcsin\left(\frac{R_e}{\|r\|}\right) + b_\alpha$$

$$R_\alpha = \left(\frac{\sigma_{\alpha_{eff}}}{R_{ALPHA\_SCALE}}\right)^2 \quad (23)$$

که در آن

$$\sigma_{\alpha_{eff}} = \frac{\sigma_\alpha}{\sqrt{N_{AVG_\alpha}}}$$

در مرحله به‌روزرسانی EKF، R از طریق بهره کالمن

$$K = PH^T(HPH^T + R)^{-1} \quad (24)$$

ادغام می‌شود. در RTS، R به طور انتخابی برای هموارسازی مماسی (پروجکشن روی مؤلفه‌های مماسی) اعمال می‌شود تا از تأخیر شعاعی جلوگیری شود. گیتینگ (ناحیه بندی) اندازه‌گیری‌ها برای رد مشاهدات نویزی، از آستانه‌های  $\tau_{sin}$  برای  $\sin(\alpha)$  و  $\theta_{max}$  برای زاویه بین  $-r$  و  $n_{ECI}$  استفاده می‌کند، با تنظیمات شل در مرحله گرم‌شدن و سفت پس از آن [۵۲].

جدول ۱: پارامترهای اصلی ماتریس‌های Q و R (حالت پایه)

Table 1: Main Parameters of Q and R Matrices (Base Case)

| واحد                     | مقدار عددی                      | پارامتر                                                 |
|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------------------------------|
| $\text{km}^2/\text{s}^2$ | $3 \times 10^{-12}$             | $q_{acc}$ نویز شتاب سفید برای Q                         |
| $\text{rad}/\text{Vs}$   | $\approx 5.236 \times 10^{-6}$  | $\sigma_{b_{arw}}$ نویز RW بایاس برای $Q_b$             |
| $\text{km}^2$            | $\approx 3.333 \times 10^{-10}$ | $Q_{11}$ (کوواریانس موقعیت)                             |
| $(\text{km}/\text{s})^2$ | $\approx 3 \times 10^{-11}$     | $Q_{22}$ (کوواریانس سرعت)                               |
| deg                      | ۰.۰۵                            | $\sigma_{\alpha_{deg}}$ نویز برای EHS ( $R_{rad}$ )     |
| rad                      | $8 \times 10^{-5}$              | $\sigma_{dir}$ نویز برای STR ( $R_{tan}$ )              |
| -                        | ۱۵                              | $N_{AVG_\alpha}$ (هموارسازی $\alpha$ )                  |
| -                        | ۲.۰                             | $R_{ALPHA\_SCALE}$ (اعتماد به $\alpha$ )                |
| -                        | ۰.۵۵                            | $k_t$ (وزن مماسی در $R_{3D}$ )                          |
| -                        | ۲۵                              | $R_{inflate}$ (warmup)                                  |
| rad                      | $1.8\sigma_\alpha$              | $\tau_{sintight}$ (گیتینگ (ناحیه بندی) $\sin(\alpha)$ ) |
| rad                      | ۰.۴۰                            | $\theta_{maxtight}$ (gating $\theta$ )                  |

جدول ۲: پارامترهای R و نسبت‌های وزنی در سناریوهای نویز

Table 2: R Parameters and Weight Ratios in Noise Scenarios

| نسبت $R_{tan}/R_{rad}$ | پایه $k_t$ (پیشنهادی) | $N_{AVG_\alpha}/R_{ALPHA\_SCALE}$ | $\sigma_{\alpha_{deg}}/\sigma_{dir}$ | سناریو نویز |
|------------------------|-----------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|-------------|
| ۳.۵۸                   | ۰.۵۵ (۰.۵۰)           | ۱۱/۲.۵                            | ۰.۱/۰.۰۰۱                            | کم          |
| ۳.۵۸                   | ۰.۵۵ (۰.۵۵)           | ۱۱/۲.۵                            | ۰.۳/۰.۰۰۳                            | متوسط       |
| ۱۱.۷۳                  | ۰.۵۵ (۰.۶۰)           | ۹/۳.۵                             | ۰.۵/۰.۰۰۱                            | زیاد        |

کنید Q مثل "میزان لرزش جاده" در GPS ماشین است؛ اگر جاده صاف (مدار پایدار) باشد، Q کوچک است تا موقعیت دقیق‌تر تخمین زده شود [۵۳].

ماتریس کوواریانس فرایند Q مدل نویز فرایند را نشان می‌دهد که بر اساس مدل شتاب سفید (Constant Velocity with white noise acceleration) ساخته شده است. این ماتریس برای حالت ۶ بعدی موقعیت r و سرعت v تعریف می‌شود و بُعد ۷ ام برای بایاس  $b_\alpha$  جداگانه با نویز رانش تصادفی (Random Walk) مدل‌سازی می‌شود.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (21)$$

که:

$$Q_{11} = \left(\frac{dt}{s}\right)^2 \cdot q_{acc} \cdot I_{3 \times 3}$$

$$Q_{12} = \left(\frac{dt}{s}\right) \cdot q_{acc} \cdot I_{3 \times 3}$$

$$Q_{22} = dt \cdot q_{acc} \cdot I_{3 \times 3}$$

برای بایاس  $b_\alpha$ :  $Q_b = \sigma_{b_{arw}}^2 \cdot dt$  (مدل RW برای بایاس زاویه افق). Q نویز دینامیکی مانند اثرات  $J_2$  یا اغتشاشات مدل نشده را جبران می‌کند. مقدار کوچک  $q_{acc} = 3 \times 10^{-12} \text{km}^2/\text{s}^2$  نشان‌دهنده مدار LEO پایدار است و از overestimation جلوگیری می‌کند.

در RTS که یک مرحله "اسموتینگ" یا هموارسازی backward است، یعنی از آینده به گذشته نگاه می‌کند تا تخمین‌ها را بهتر کند: Q مستقیماً استفاده نمی‌شود، اما کوواریانس پیش‌بینی  $P_{pred}$  که عدم قطعیت تخمین آینده را نشان می‌دهد بر اساس Q ساخته می‌شود. یعنی Q غیرمستقیم تأثیر می‌گذارد تا اسموتینگ دقیق باشد [۵۲].

R یک ماتریس است که نشان می‌دهد اندازه‌گیری‌های حسگرها (STR و EHS) چقدر نویزی یا غیردقیق هستند. فیلتر از R استفاده می‌کند تا تصمیم بگیرد چقدر به اندازه‌گیری‌ها اعتماد کند (مثل اینکه بگوید "این داده حسگر چقدر قابل اطمینان است؟").

ماتریس کوواریانس نویز اندازه‌گیری R، عدم قطعیت موجود در مشاهدات حسگرها را مدل‌سازی می‌کند. در این فیلتر، دو نوع اندازه‌گیری به کار گرفته می‌شود:

اندازه‌گیری سه‌بعدی از STR - بردار نادیر  $n_{ECI}$

که در آن  $z_{3D} = -\rho \cdot n_{ECI}$ ،  $\rho = \|r\| \sin(\alpha)$  از EHS به دست می‌آید [۱۰]. کوواریانس مربوطه  $R_{3D}$  به صورت بیضوی در چارچوب RTN است: مؤلفه شعاعی بر اساس نویز  $\alpha$  و مؤلفه‌های مماسی/عرضی بر اساس نویز جهت. فرمول‌بندی آن، همان‌طور که در تابع make\_elliptical\_R\_3d پیاده‌سازی شده، به صورت زیر است:

$$R_{3D} = \rho^2 \left[ \begin{array}{c} (1 - k_t) \left( \frac{\sigma_{\alpha_{eff}} \rho}{R_e} \right)^2 \hat{R} \hat{R}^T + k_t \sigma_{dir}^2 \\ (I_3 - \hat{R} \hat{R}^T) \end{array} \right] \quad (22)$$

گزارش شده در اسناد ناسا (نویز عرضی حدود ۱ تا ۲/۶ ثانیه قوسی و در محور Z تا حدود ۱۳ ثانیه قوسی) الهام بخش انتخاب این مقادیر بوده است.

نویز حسگر افق زمین (EHS) نیز به صورت نویز گاوسی بر روی زاویه افق مدل شده است. در کد، برای سطوح Low، Medium و High مقدار انحراف استاندارد آن به ترتیب برابر با ۱/۷۴۵، ۵/۲۳۶ و ۸/۷۲۶ میلی رادیان (معادل ۰/۱، ۰/۳ و ۰/۵ درجه) در نظر گرفته شده که برابر با حدود ۰/۸۷ تا ۸/۷ میلی رادیان است. این مقدار با مشخصات معمول حسگرهای مادون قرمز افق زمین (Infrared Earth Horizon Sensors) سازگار است؛ حسگرهایی که دقت تیپیک آن‌ها در منابع، در حدود ۰/۵ تا ۰/۲ درجه (معادل تقریباً ۰/۸۷ تا ۳/۵ میلی رادیان) گزارش شده است.

بایاس حسگر افق زمین (بایاس EHS) در مدل به صورت یک فرآیند واکینگ تصادفی (Random Walk) در نظر گرفته شده است تا رفتار کند و تجمعی خطای سیستماتیک حسگر را شبیه سازی کند. برای جلوگیری از انحراف بیش از حد این بایاس، یک حد اشباع (Clamp) در کد اعمال شده است؛ به طوری که پارامترهای مربوطه ۰/۰۵۲۳۶ میلی رادیان بر  $\sqrt{s}$  (معادل ۰/۰۰۳ درجه بر  $\sqrt{s}$ ) برای شدت واکینگ تصادفی (ثابت برای همه سطوح) و حداکثر ۸/۷ میلی رادیان (معادل ۰/۵ درجه) برای محدود کردن قدر مطلق بایاس استفاده شده اند. این بایاس به طور صریح در مدل حالت فیلتر کالمن توسعه یافته (EKF) وارد شده و در حین تخمین مدار، همراه با متغیرهای وضعیت، برآورد می شود. شاخص های ارزیابی. به جای سنجهای متعارف مانند RMS یا سازگاری آماری، معیارهای ساده و تفسیرپذیر به کار می روند: میانگین قدرمطلق خطا برای هنجار خطا و نیز مؤلفه های RTN، که به صورت  $\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|e_k\|$  محاسبه می شود؛ میانه قدرمطلق خطا به صورت  $\text{median}(\|e_k\|)$ ؛ صدک های بالا (مثلاً ۹۰ و ۹۵ درصد) برای سنجش دُم توزیع خطا،  $\text{quantile}_{.9}(\|e_k\|)$  و  $\text{quantile}_{.95}(\|e_k\|)$  تعریف می شود و درصد در-باند نسبت به همان آستانه:

$$A(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N 1\{\|e_k\| < \tau\} \quad (11)$$

همچنین نرخ پذیرش گیتینگ (ناحیه بندی) به صورت  $\rho_{acc} = \frac{n_{accepted}}{n_{total}}$  به عنوان شاخص کیفیت ادغام ناهم نرخ گزارش می شود. مقایسه روش ها روی پیکربندی های ترکیبی و در سه سطح نویز انجام می گیرد [۱، ۲۸، ۳۸، ۵۵].

اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی. RTS برای کاهش نوسان مؤلفه های کمتر مشاهده پذیر (جهت T/N) بدون خدشه به قید شعاعی، اسموتینگ (صاف کننده) راوش-توماس-استرل (RTS) به صورت پس پردازش به کار می رود [۵۴]. با داشتن گذار حالت:

$$C_k = P_{k|k} \Phi_k^T P_{k+1|k}^{-1} \hat{x}_k^s = \hat{x}_{k|k} + C_k (\hat{x}_{k+1}^s - \hat{x}_{k+1|k}),$$

$$P_k^s = P_{k|k} + C_k (P_{k+1}^s - P_{k+1|k}) C_k^T \quad (25)$$

سیاست اجرایی بدین صورت است که اسموتینگ (صاف کننده) فقط بر مؤلفه های T/N اعمال می شود و مؤلفه شعاعی R همان برآورد EKF باقی می ماند.

داده، سناریوها و حقیقت مبنا. مسیر، سرعت و وضعیت حقیقی از STK بر پایه مدار خورشیدآهنگ با ارتفاع حدود ۷۰۰ کیلومتری تولید می شود. سنجه STR از حقیقت وضعیت (با افزودن نویز سنجشی) و سنجه EHS از هندسه قرص زمین (با نویز و بایاس واقع گرایانه) شبیه سازی می گردد. سه سطح نویز «کم/متوسط/زیاد» برای بررسی تاب آوری روش تعریف می شود. تمام نرخ ها، آستانه های گیتینگ (ناحیه بندی)، مقادیر نامی Q/R، نسخه ابزارها و دانه تصادفی ثبت و ثابت نگه داشته می شوند تا بازتولیدپذیری نتایج تضمین گردد.

#### نویز

نویز حسگر روی بردار نادر واقعی اعمال می شود، و نویز EHS با افزودن گاوسی به زاویه افق اندازه گیری شده (و سپس هموارسازی با میانگین متحرک برای کاهش نوسانات) شبیه سازی گردید.

جدول ۳ مقادیر عددی برای سطوح نویز کم، متوسط و زیاده را نشان می دهد، که بر اساس ارزیابی های نتایج شبیه سازی در مورد عملکرد حسگرهای ستاره با نویز ۱-۲۰ arcsec و حسگرهای افق با دقت ۰.۵-۰.۱ درجه) تنظیم شده اند. این مقادیر امکان بازتولید دقیق نتایج را فراهم می کنند.

نویز حسگر ستاره در این جدول بر اساس کمیت «زاویه معادل نویز» (Noise Equivalent Angle) مدل سازی شده است. در شبیه سازی، این نویز به صورت یک نویز گاوسی بر روی جهت نادر اعمال می شود؛ به گونه ای که در کد، مقدار انحراف معیار آن برای سطوح Low، Medium و High به ترتیب برابر با ۰.۲۰۶، ۰.۶۱۹ و ۲.۰۶۳ ثانیه قوسی (معادل ۰/۰۰۱، ۰/۰۰۳ و ۰/۰۱ رادیان) در نظر گرفته شده است. این بازه با داده های حسگرهای ستاره واقعی هم خوانی دارد؛ به طور مشخص مقادیر

جدول ۳: پارامترهای نویز حسگر ستاره (STR) و حسگر افق زمین (EHS) در سطوح مختلف

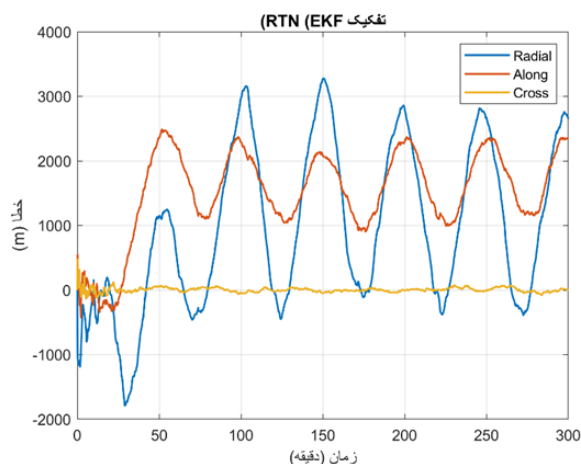
Table 3: Noise Parameters for Star Tracker (STR) and Earth Horizon Sensor (EHS) at Different Levels

| سطح     | نویز حسگر ستاره دقت زاویه ای،<br>(ثابت برای همه سطوح) | نویز حسگر EHS دقت زاویه افق،<br>(انحراف استاندارد) | بایاس مدل EHS شدت فرآیند RW،<br>(ثابت برای همه سطوح) |
|---------|-------------------------------------------------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------------|
| نویز کم | ۲۰۶ (۰/۰۰۱ rad)                                       | ۱/۷۴۵ (۰/۱ deg)                                    | ۰/۰۰۵۲۳۶ (۰/۰۰۰۳ deg/sqrt(s))                        |
| متوسط   | ۶۱۹ (۰/۰۰۳ rad)                                       | ۵/۲۳۶ (۰/۳ deg)                                    | ۰/۰۰۵۲۳۶ (۰/۰۰۰۳ deg/sqrt(s))                        |
| زیاد    | ۲۰۶۳ (۰/۰۱ rad)                                       | ۸/۷۲۶ (۰/۵ deg)                                    | ۰/۰۰۵۲۳۶ (۰/۰۰۰۳ deg/sqrt(s))                        |



## نتایج و بحث

در سناریوی پایه، پروفایل خطای مؤلفه‌های شعاعی، مماسی و عمودی (RTN) برای فیلتر کالمن گسترش‌یافته نشان می‌دهد که مؤلفه شعاعی به سرعت به ناحیه کم‌خطا نزدیک می‌شود، در حالی که مؤلفه‌های عرضی (T/N) با نوسان بیشتری فروکاهیده می‌شوند. این الگو با هندسه مسأله سازگار است: قید شعاعی ناشی از حسگر افق زمین مستقیماً بر فاصله از زمین اثر می‌گذارد و در نتیجه همگرایی راستای R سریع‌تر از جهات T و N رخ می‌دهد. شکل ۱ خط مبنای بحث را فراهم می‌کند و مبنای مقایسه اثر اسموتینگ (صاف کننده) و ادغام سنج‌ها در ادامه است.



شکل ۱: پروفایل خطای RTN برای EKF در سناریوی پایه؛ کاهش غالب در R و

نوسان‌های T/N

Fig. 1: RTN error profile for EKF in the baseline scenario; dominant reduction in R and oscillations in T/N

افزودن اسموتینگ (صاف کننده) راوش-توماس-استرل به صورت انتخابی بر مؤلفه‌های T/N، نوسان‌های زمانی این مؤلفه‌ها را کاهش می‌دهد و مسیر تغییرات خطا را هموار می‌کند. مقایسه مستقیم میان EKF (بدون اسموتینگ (صاف کننده)) و EKF+RTS در شکل ۲ نشان می‌دهد دامنه تغییرات T/N در حضور RTS کوچک‌تر و پیوسته‌تر می‌شود؛ در حالی که مؤلفه R عملاً هم‌ارز EKF باقی می‌ماند، زیرا سیاست اجرایی اسموتینگ (صاف کننده)، مؤلفه شعاعی را دست‌نخورده نگاه می‌دارد تا قید شعاعی حسگر افق زمین حفظ شود. این رفتار در نمودار هنجار خطای مکان نیز قابل رؤیت است: شکل ۳ و ۴ نشان می‌دهند پله‌های خطای بین به‌روزرسانی‌ها که در EKF محسوس‌اند، با RTS هموار شده و سیر زمانی خطا یکنواخت‌تر می‌شود. از منظر عملیاتی، این هموارشدگی به معنای پایداری بیشتر در تصمیم‌گیری‌های مبتنی بر آستانه (مثلاً ورود پایدار به یک باند خطا) و کاهش حساسیت به تکانه‌های لحظه‌ای است. هموارسازی RTS (فقط-مماسی) دامنه T/N را می‌کاهد؛ R مطابق EKF می‌ماند.

جدول ۴: جمع‌بندی شاخص‌های عملکرد در سه سطح نویز برای چهار پیکربندی سنجش/ادغام.

Table 1: Summary of Performance Metrics at Three Noise Levels for Four Sensing/Fusion Configurations

| سناریو | RMS_all_EKF(m) | RMS_rad_EKF(m) | RMS_all_RTS(m) | RMS_rad_RTS(m) | RMS_cr_RTS(m) |
|--------|----------------|----------------|----------------|----------------|---------------|
| زیاد   | ۱۲۸۳۱.۲۰       | ۵۰۴۹.۱۴        | ۹۰۳۹.۷۱        | ۵۰۵۵.۰۸        | ۱۸۰۲.۷۶       |
| متوسط  | ۸۱۳۹.۸۴        | ۳۰۱۱.۴۶        | ۳۸۷۳.۴۵        | ۳۰۱۴.۶۵        | ۲۲۱.۶۳۵       |
| کم     | ۸۷۹۷.۳۷        | ۱۵۵۸.۹۱        | ۳۳۵۵.۰۰        | ۱۵۶۲.۲۸        | ۲۷۰.۰۹۷       |

جدول ۱ خلاصه شاخص‌های عملکرد فیلتر EKF و RTS را در سه سطح نویز مختلف (Low, Medium, High) برای یک پیکربندی خاص (ادغام حسگرها یا combo) نشان می‌دهد. این جدول بر اساس سناریوهای نویز حسگرها با تمرکز بر robustness فیلتر در شرایط نویزی تدوین شده و RMS‌های کلی (RMS\_all)، شعاعی (RMS\_rad) و عمودی (RMS\_cr\_RTS) را پوشش می‌دهد که نویز بالاتر را تست می‌کند و شامل فاز warmup فیلتر است، که خطاها را افزایش می‌دهد.

در مؤلفه‌های تفکیکی، مشخص می‌شود که برخی محورها از اسموتینگ (صاف کننده) بیشتر بهره می‌برند؛ به‌ویژه مؤلفه Cross-track در سناریوی Medium به‌طور قابل توجهی کاهش یافته است. این نتایج بر اساس داده‌های فایل results\_noise\_baselines.csv به‌دست آمده است، جایی که RMS‌های سناریویی از پیش محاسبه شده‌اند. بنابراین، تأکید اصلی باید بر روند بهبود RTS نسبت به EKF در شرایط مختلف نویز و سناریوها باشد.

علت مقادیر نسبتاً بالای RMS\_all در جدول ۲ عمدتاً به سناریوهای نویز حسگرها مربوط می‌شود. جدول ۱ بر اساس سطوح مختلف نویز ورودی به حسگرها تدوین شده است. در سناریوی نویز بالا، خطای کلی افزایش می‌یابد زیرا اندازه‌گیری‌های حسگر نویزی‌تر هستند. این سناریوها به منظور تست robustness فیلتر طراحی شده‌اند و نه برای دستیابی به عملکرد ایده‌آل. برای مثال، در سناریوی نویز کم، RMS\_all\_EKF حدود ۸/۸ کیلومتر است که هنوز بالاتر از مقادیر ایده‌آل در مدارهای پایین زمین (LEO، معمولاً زیر ۱ کیلومتر برای سیستم‌های واقعی) است، اما با اعمال الگوریتم (smoother tangential-only)، RTS، این مقدار به حدود ۳/۴ کیلومتر کاهش می‌یابد و دقت کلی سیستم را بهبود می‌بخشد.

بخش عمده‌ای از این خطاها به فاز "گرم شدن" (warmup) فیلتر مربوط می‌شود. این فاز شامل ۱۰ دقیقه اول شبیه‌سازی است که در آن، مکانیسم گیتینگ (ناحیه بندی) سخت‌گیرانه‌تر و افزایش کوواریانس اندازه‌گیری اعمال می‌شود تا فیلتر پایدار شود و از پذیرش اندازه‌گیری‌های نویزی جلوگیری کند. تحلیل فایل خروجی نشان می‌دهد که RMS\_all پس از این فاز برای EKF حدود ۲۳۱۵ متر و برای RTS حدود ۱۶۳۹ متر است. این مقادیر بسیار کمتر از RMS کلی (که شامل فاز warmup است) هستند و بیانگر همگرایی سریع فیلتر پس از مرحله اولیه می‌باشند. RMS‌های بالا در فاز warmup طبیعی هستند (به دلیل initialization نویزی و گیتینگ (ناحیه بندی) برای جلوگیری از واگرایی فیلتر) و عملکرد پایدار سیستم پس از ۱۰ دقیقه (با همگرایی به زیر ۲ کیلومتر).

جدول ۵ خطاهای RMS را در سیستم مختصات شعاعی-مماسی-عمودی تفکیک کرده و بهبودهای جهتی را نشان می‌دهد، که به درک توزیع خطاها کمک می‌کند. هنجار سه‌بعدی (RMS\_all) با بهبود ۲۵.۳ درصدی از ۲۲۷۹.۳۵ متر به ۱۷۰۳.۱۰ متر می‌رسد، اما در جهت شعاعی (R) تقریباً ثابت مانده (۱۵۶۶.۸۷ به ۱۵۶۷.۲۴ متر، بهبود ۰.۰٪)، زیرا RTS فقط مماسی اعمال شده و شعاعی بیشتر به اندازه‌گیری وابسته‌است. در جهت مماسی (T)، بهبود چشمگیر ۵۹.۷ درصدی (از ۱۶۵۴.۹۷ به ۶۶۶.۳۵ متر) مشاهده می‌شود، که نتیجه مستقیم هموارسازی RTS بر اجزای مماسی موقعیت است و نویز فرآیند (q\_acc) را کاهش می‌دهد. جهت عمودی (N) نیز بهبود ۵۳.۹ درصدی دارد (از ۳۷.۷۱ به ۱۷.۳۹ متر)، که نشان‌دهنده تأثیر غیرمستقیم RTS بر پایداری کلی است. این جدول تأکید می‌کند که بیشترین سود RTS در جهت مماسی است، جایی که نویزهای دینامیکی بیشتر هستند، در حالی که جهت شعاعی نیاز به اصلاحات اضافی مانند AI دارد و توزیع خطاها را برای بهینه‌سازی آینده سیستم روشن می‌سازد.

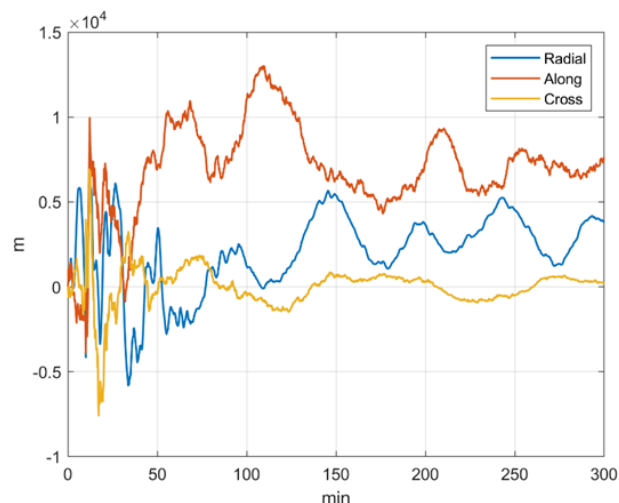
جدول ۵: یک مقایسه بین دو برآوردگر (EKF و RTS/اسموت شده) برای هنجار خطای مکان

Table 5: A Comparison Between Two Estimators (EKF and RTS/Smoothed) for Position Error Norm

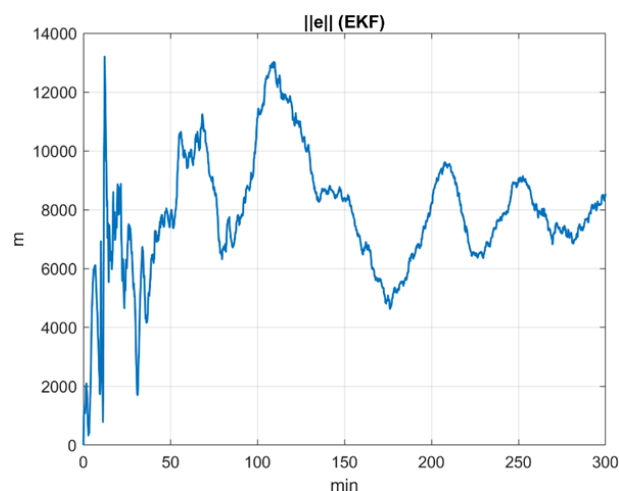
| سنجه                    | EKF (m) | RTS (m) | $\Delta$ (m) | بهبود (%) |
|-------------------------|---------|---------|--------------|-----------|
| هنجار سه‌بعدی (RMS_all) | ۲۲۷۹.۳۵ | ۱۷۰۳.۱۰ | ۵۷۶.۲۵       | ۲۵.۳      |
| شعاعی (R)               | ۱۵۶۶.۸۷ | ۱۵۶۷.۲۴ | -۰.۳۶        | -۰.۰      |
| مماسی (T)               | ۱۶۵۴.۹۷ | ۶۶۶.۳۵  | ۹۸۸.۶۱       | ۵۹.۷      |
| عمودی (N)               | ۳۷.۷۱   | ۱۷.۳۹   | ۲۰.۳۲        | ۵۳.۹      |

برای ارزیابی پایداری معماری در شرایط نویزی متفاوت، عملکرد حالت ترکیبی STR+EHS در سه سطح نویز کم/متوسط/زیاد بررسی شده است. شکل ۵ روند زمانی هنجار خطا را برای هر سه سطح نشان می‌دهد؛ با افزایش نویز، دامنه خطا و مدت‌زمان رسیدن به ناحیه کم‌خطا افزایش می‌یابد، اما الگوریتم حتی در سطح نویز متوسط نیز به ناحیه عملکرد قابل قبول وارد می‌شود. شکل ۶ مکمل این تحلیل است و نشان می‌دهد اثر نویز عمدتاً در جهات T/N بروز می‌کند و راستای R به کمک قید شعاعی EHS همچنان مقید باقی می‌ماند. این یافته‌ها دو نتیجه عملی دارند: نخست، طراحی وزن‌دهی بیضوی برای ماتریس نویز اندازه‌گیری منطقی بوده و اطلاعات شعاعی را در اولویت قرار داده است؛ دوم، استفاده از اسموتینگ (صاف کننده) انتخابی برای T/N در سطوح نویزی متوسط می‌تواند پایداری زمانی برآورد را بهبود دهد، بدون آن‌که قید شعاعی تضعیف شود.

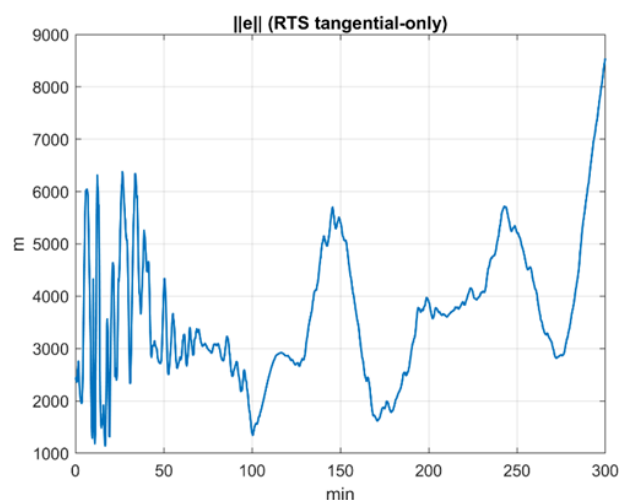
کیفیت ادغام ناهم‌نرخ سنجه‌ها با دو شاخص تفسیری گزارش می‌شود: «نسبت پذیرش به‌روزرسانی‌های سه‌بعدی» و «زاویه نوآوری». شکل ۷، نسبت پذیرش را در طول بازه ارزیابی نشان می‌دهد. روند نسبتاً پایدار پذیرش بیانگر آن است که گیتینگ (ناحیه بندی) ماله‌انوبیس—با آستانه‌های انتخاب‌شده—توانسته اندازه‌گیری‌های ناسازگار را حذف



شکل ۲: مقایسه RTN\_EKF در (Medium/Combo)  
Fig. 2: Comparison of RTN\_EKF in (Medium/Combo)



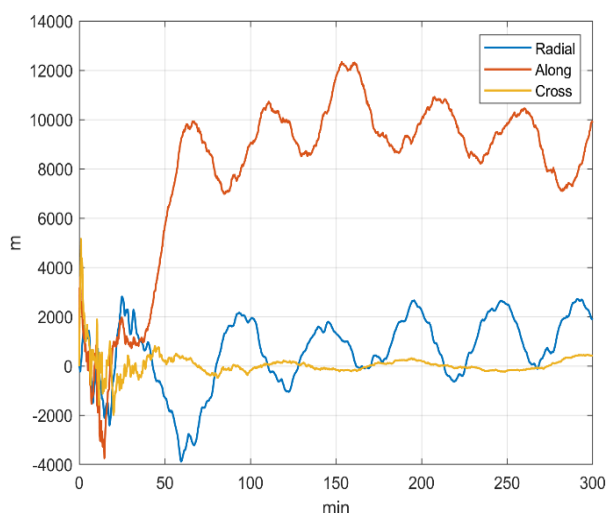
شکل ۳: هنجار خطای مکان در زمان برای EKF (Medium/Combo)  
Fig. 3: Position Error Norm Over Time for EKF (Medium/Combo)



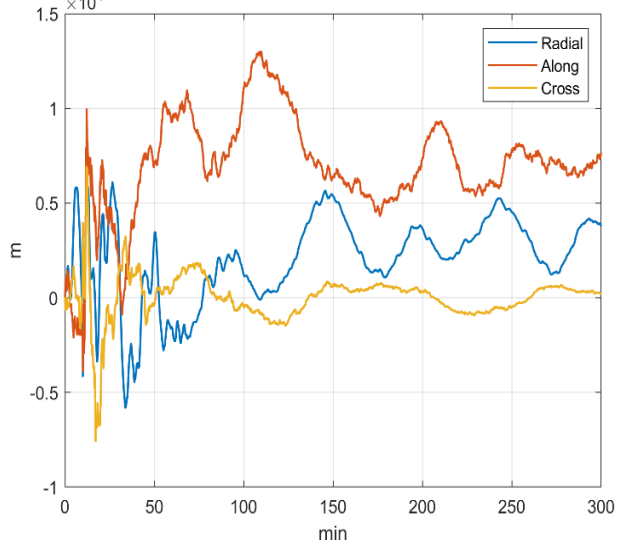
شکل ۴: هنجار خطای مکان در زمان برای RTS (Medium/Combo)  
Fig. 4: Position Error Norm Over Time for RTS (Medium/Combo)

RTS پله‌های بین‌به‌روزرسانی را هموار و دامنه را کم می‌کند؛ مؤلفه شعاعی طبق سیاست فقط-مماسی جابه‌جا نمی‌شود.

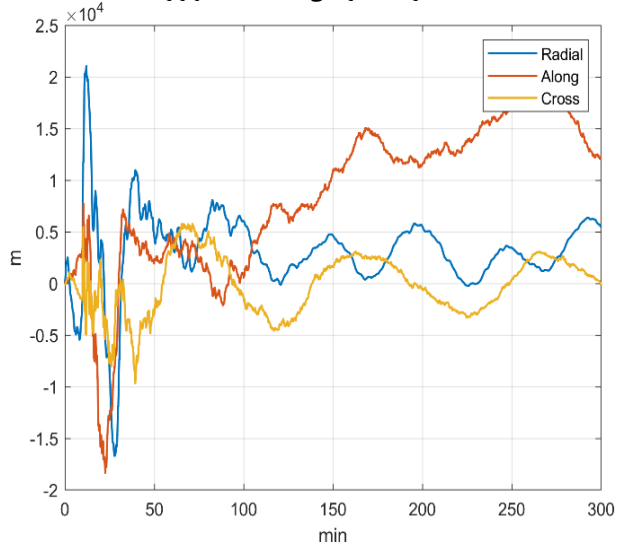
RTN\_EKF در حالت ترکیبی (combo) با نویز کم



RTN\_EKF در حالت ترکیبی (combo) با نویز متوسط

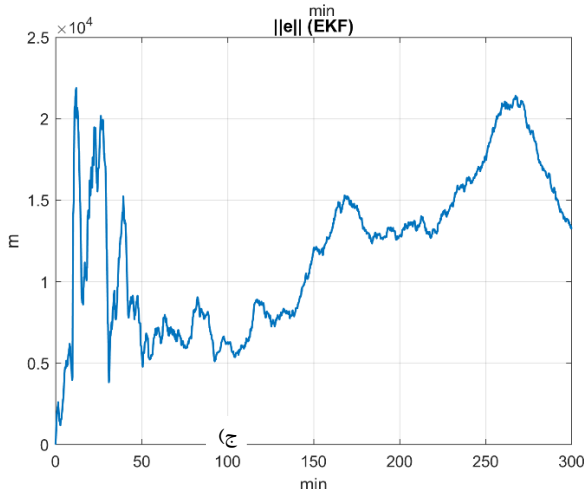
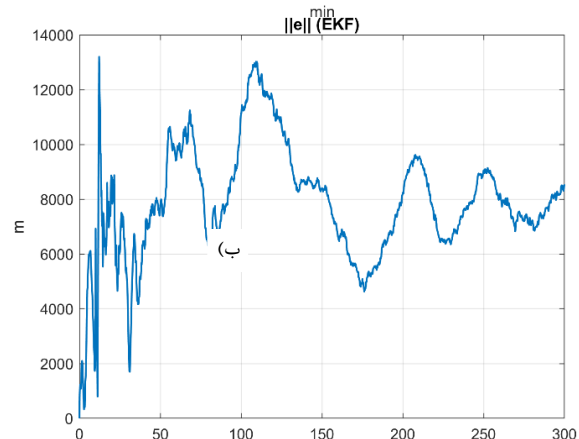
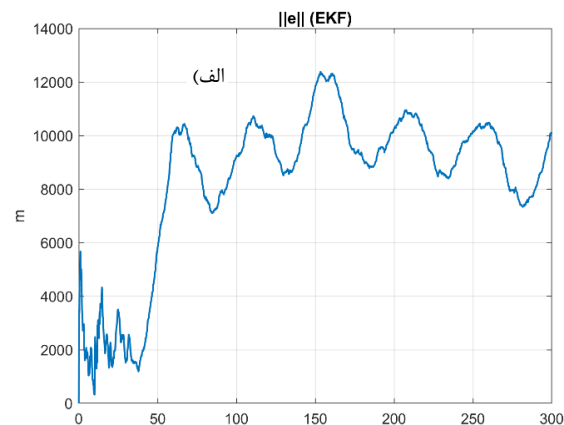


RTN\_EKF در حالت ترکیبی (combo) با نویز زیاد



شکل ۶: مقایسه RTN\_EKF در حالت ترکیبی (combo)؛ الف) کم ب) متوسط ج) زیاد  
Fig. 6: Comparison of RTN\_EKF in Combo Mode; a) Low b) Medium c) High

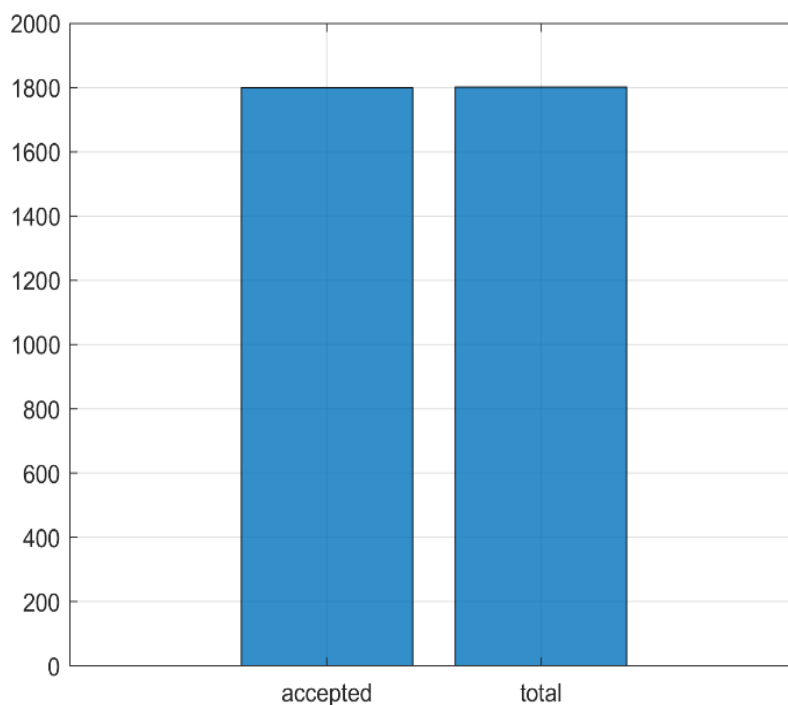
کند و در عین حال از حذف بیش از حد مشاهدات مفید پرهیز کند. شکل ۸ زاویه نوآوری را در زمان نمایش می‌دهد و افت و خیز آن با تغییرات پذیرش همبستگی دارد: هنگامی که زاویه نوآوری کوچک‌تر و پایدارتر است، احتمال پذیرش افزایش می‌یابد. این همبستگی نشان می‌دهد هم‌ترازی مدل دینامیکی، نگاشت‌های چارچوبی مبتنی بر وضعیت STR و هندسه حسگر افقی زمین در طول آزمایش‌ها سازگار باقی مانده است. از دید کاربردی، این دو نمودار به طراح اجازه می‌دهد تنظیمات گیتینگ (ناحیه بندی) را بر اساس رفتار واقعی نوآوری و هندسه دید بهینه کند.



شکل ۵: اثر سطح نویز  $\alpha$  بر هنجار خطای EKF در حالت ترکیبی (combo)؛ الف) کم

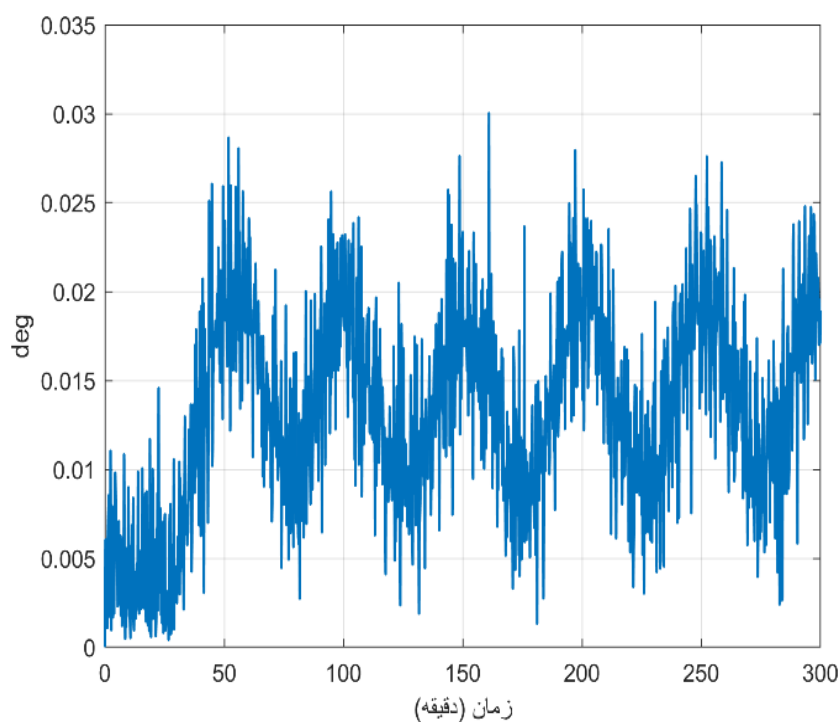
ب) متوسط ج) زیاد

Fig. 5: Effect of Noise Level  $\alpha$  on EKF Error Norm in Combo Mode; a) Low b) Medium c) High



شکل ۷: نسبت پذیرش آپدیت‌های برداری سه‌بعدی (3D) بر پایه گیتینگ (ناحیه بندی) هندسی در بازه ارزیابی

Fig. 7: Acceptance Rate of 3D Vector Updates Based on Geometric (ناحیه بندی) گیتینگ in the Evaluation Range



شکل ۸: زاویه نوآوری  $\theta$  بین  $\hat{\mathbf{r}}_{\text{pred}}$  و  $\hat{\mathbf{n}}_{\text{ECI}}^{\text{meas}}$  در زمان هم‌فاز با افت‌وخیزهای پذیرش 3D

Fig. 8: Innovation Angle  $\theta$  Between  $\hat{\mathbf{r}}_{\text{pred}}$  and  $\hat{\mathbf{n}}_{\text{ECI}}^{\text{meas}}$  Over Time; In-Phase with 3D Acceptance Fluctuations

## نتیجه‌گیری

پایدارسازی وضعیت توسط STR برای خطی‌سازی و نگاشت چارچوب‌ها، و قید شعاعی قوی EHS برای بهبود مشاهده‌پذیری در راستای R استوار است. اسموتینگ RTS تنها بر جهات T/N اعمال می‌شود تا نوسان‌های زمانی کاهش یابد، بدون مخدوش کردن قید شعاعی EHS. نتیجه، برآوردهایی آماری سازگار و دینامیکی هم‌خوان با واقعیت مدار است.

این پژوهش با هدف ارائه یک زنجیره تعیین موقعیت مستقل از GNSS برای مدارهای LEO، ادغام ناهم‌نرخ حسگر ستاره (STR) و حسگر افق زمین (EHS) را در قالب EKF همراه با اسموتینگ انتخابی RTS و وزن‌دهی بیضوی در چارچوب RTN معرفی می‌کند. منطق معماری بر پایه

## منابع و مأخذ

- [1] Wang D, Xu T, Li M, Shi Y. Navigation performance analysis of Earth-Moon spacecraft using GNSS, INS, and star tracker. *Satellite Navigation*. 2024;5(1):16. DOI: 10.1186/s43020-024-00140-x
- [2] Izadmehr M, Ghomi MK. An accuracy of better than 200 m in positioning using a portable star tracker. *New Astronomy*. 2020;74:101272. DOI: 10.1016/j.newast.2019.04.004
- [3] Kühl CT. Combined earth-/star sensor for attitude and orbit determination of geostationary satellites. 2005. DOI: not available. <https://elib.uni-stuttgart.de/server/api/core/bitstreams/72e7f29f-e557-4702-a898-15d49a34116f/content>
- [4] De Almeida Martins F, Carrara V, d'Amore R. Positionless Attitude Estimation with Integrated Star and Horizon Sensors. *IEEE Access*. 2023;12:2340-8. DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3348077
- [5] Critchley-Marrows JJ, Wu X, Cairns IH. An architecture for a visual-based PNT alternative. *Acta Astronautica*. 2023;210:601-9. DOI: 10.1016/j.actaastro.2023.05.022
- [6] Hyndman C. Using Star Trackers to Improve Space Situational Awareness. 2024. DOI: 10.15142/drn1-qw73
- [7] Marin M, Bang H. Design and simulation of a high-speed star tracker for direct optical feedback control in ADCS. *Sensors*. 2020;20(8):2388. DOI: 10.3390/s20082388
- [8] Braun B, Barf J. Image processing based horizon sensor for estimating the orientation of sounding rockets, launch vehicles and spacecraft. *CEAS Space Journal*. 2023;15(3):509-33. DOI: 10.1007/s12567-022-00461-0
- [9] Pedrotty S, Lovelace R, Christian J, Renshaw D, Quintero G, editors. Design and performance of an open-source star tracker algorithm on commercial off-the-shelf cameras and computers. *Annual AAS Guidance, Navigation and Control Conference*; 2020. DOI: not available. <https://ntrs.nasa.gov/api/citations/20200001376/downloads/20200001376.pdf>
- [10] Kim H-S, Hong J-H, Park W-s, Ryoo C-K, editors. Satellite celestial navigation using star-tracker and earth sensor. 2015 15th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS); 2015: IEEE. DOI: 10.1109/ICCAS.2015.7364961
- [11] Koßack V, Erdmann T, Grau S. Small Satellite Attitude Verification Using Multispectral Imagery of Moon and Earth Horizon Constellation. 2024. DOI: 10.52202/078368-0019

شواهد کمی از جداول و نمودارها، بهبود معنادار دقت را تأیید می‌کند. در سطوح نویز زیاد/متوسط/کم (با نویز STR ۲۰۶/۶۱۹/۲۰۶۳ و arcsec نویز EHS ۶/۷۲۶/۸/۲۳۶/۵/۷۴۵/mrad)، هنجار RMS مکان از ۱۲۸۳۱/۲۰ به ۹۰۳۹/۷۱ متر (کاهش ۲۹/۵۵٪)، از ۸۱۳۹/۸۴ به ۳۸۷۳/۴۵ متر (کاهش ۵۲/۴۱٪) و از ۸۷۹۷/۳۷ به ۳۳۵۵/۰۰ متر (کاهش ۶۱/۸۶٪) رسیده است. در همه موارد، مؤلفه R تقریباً ثابت مانده (مانند ۵۰۴۹/۱۴ به ۵۰۵۵/۰۸ متر)، که با سیاست اسموتینگ فقط در T/N هم‌راستا است. در تحلیل سری‌زمانی، RMSE هنجار مکان از ۲۲۷۹/۳۵ متر (EKF) به ۱۷۰۳/۱۰ متر (RTS) کاهش یافته (بهبود ۲۵/۳٪)، با بهبود ۵۹/۷٪ در T (از ۱۶۵۴/۹۷ به ۶۶۶/۳۵ متر) و ۵۳/۹٪ در N (از ۳۷/۷۱ به ۱۷/۳۹ متر). نمودارهای RTN این رفتار را نشان می‌دهند: R سریع همگرا می‌شود و T/N با RTS هموار می‌گردد. از دیدگاه مهندسی، ادغام نا هم‌نرخ و گیتینگ (ناحیه بندی) ماهالانویس پایدار است. نرخ پذیرش به‌روزرسانی‌های سه‌بعدی و روند زاویه نوآوری، هم‌ترازی زمانی سنج‌ها، وزن‌دهی و حذف پرت‌ها را تأیید می‌کند و تعادل میان بهره‌گیری اطلاعات و جلوگیری از بیش‌برازش را برقرار می‌سازد. برای مأموریت‌های میکرو/نانوماهورهای در شرایط چالش‌برانگیز، EHS شعاع را قفل می‌کند، STR خطی‌سازی را پایدار نگه می‌دارد و RTS خروجی را برای تصمیم‌گیری‌های آستانه‌محور هموار می‌سازد. با وجود دستاوردها، محدودیت‌هایی مانند وابستگی به شبیه‌سازی و ساده‌سازی مدل‌ها وجود دارد. آزمون‌های HIL با حسگرهای واقعی و کالیبراسیون ماتریس‌های نصب ضروری است. پیشنهاد می‌شود حساسیت به بایاس EHS (با شدت  $0.005236 \text{ RW}$  یا  $\text{mrad}/\sqrt{\text{s}}$ )، straylight، کسوف‌های طولانی و مانورها تحلیل شود. بررسی IEKF/UKF، اسموتینگ کامل تحت قید شعاعی، مدل‌های دینامیکی پیشرفته (J2، درگ، SRP) و زمان‌بندی دقیق‌تر ادغام، مسیرهای بهبود را روشن می‌کند. در نهایت، ترکیب STR+EHS با EKF نا هم‌نرخ و RTS انتخابی، راهکاری عملی برای ناوبری مستقل در LEO ارائه می‌دهد. کاهش‌های خطا (۲۹/۵۵ تا ۶۱/۸۶٪ در سناریوهای نویزی و ۲۵/۳٪ در سری‌زمانی) همراه با حفظ قید شعاعی و پایداری ادغام، نشان‌دهنده عملکرد منظم و مناسب برای ماهواره‌های سبک‌وزن است.

## مشارکت نویسندگان

نگارش و تحلیل داده‌ها به عهده آقای مهدی جلیلیان بوده و بازبینی، تصحیح و اعتبار سنجی به عهده جناب دکتر نصیری سروی بوده است.

## تشکر و قدردانی

از زحمات استاد عزیزم جناب دکتر مهدی نصیری سروی در راهنمایی این کار که منتج از یک پایان نامه است، قدردانی می‌گردد.

## تعارض منافع

«هیچ‌گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است»

- integration methods. *Remote Sensing*. 2024;16(13):2366. DOI: 10.3390/rs16132366
- [23] Koenig AW, Kruger J, Sullivan J, D'Amico S, editors. ARTMS: enabling autonomous distributed angles-only orbit estimation for spacecraft swarms. 2021 American Control Conference (ACC); 2021: IEEE. DOI: 10.23919/ACC50511.2021.9483242
- [24] Del Prete R, Renga A. A novel visual-based terrain relative navigation system for planetary applications based on mask R-CNN and projective invariants. *Aerotecnica Missili & Spazio*. 2022;101(4):335-49. DOI: 10.1007/s42496-022-00139-0
- [25] Sullivan J, Lovell TA, D'Amico S, editors. Angles-only navigation for autonomous on-orbit space situational awareness applications. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Snowbird, UT; 2018. DOI: not available. [https://slab.sites.stanford.edu/sites/g/files/sbiybj25201/files/media/file/asm\\_2018\\_paper\\_sullivandamico.pdf](https://slab.sites.stanford.edu/sites/g/files/sbiybj25201/files/media/file/asm_2018_paper_sullivandamico.pdf)
- [26] Sang P, Liu W, Cao Y, Xue H, Li B. Research on Precise Attitude Measurement Technology for Satellite Extension Booms Based on the Star Tracker. *Sensors*. 2024;24(20):6671. DOI: 10.3390/s24206671
- [27] Schwab D, Winternitz W, Grabowski J. Angles-Only Initial Orbit Determination via Multivariate Gaussian Process Regression. *Electronics*. 2022;11(4):588. DOI: 10.3390/electronics11040588
- [28] Deng R, Tang Z, Wang H. Non-Cooperative LEO Satellite Orbit Determination Using Single Station for Space-Based Opportunistic Positioning. *Remote Sensing*. 2024;16(5):912. DOI: 10.3390/rs16050912
- [29] Yanfang L, Rui Z, Desong D, Shuqing C, Naiming Q. Feature-aided pose estimation approach based on variational auto-encoder structure for spacecrafts. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2024;37(8):329-41. DOI: 10.1016/j.cja.2024.03.017
- [30] Bürger KC, Fialho FdO, Aykroyd CR. Embedded Star Catalog Calculation Tool for Autonomous Star Trackers. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*. 2024;136(10):104502. DOI: 10.1088/1538-3873/ad7f86
- [31] Dave S, Clark R, Lee RS. Rsonet: An image-processing framework for a dual-purpose star tracker as an opportunistic space surveillance sensor. *Sensors*. 2022;22(15):5688. DOI: 10.3390/s22155688
- [32] Wang A, Gu D, Huang Z, Liu C, Shao K, Tong L. GRACE-FO attitude determination: Star camera installation matrix calibration and incremental quaternion integrator. *Acta Astronautica*. 2024;219:774-84. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.03.073
- [12] Colagrossi A, Lavagna M, Bertacin R. An effective sensor architecture for full-attitude determination in the hermes nano-satellites. *Sensors*. 2023;23(5):2393. DOI: 10.3390/s23052393
- [13] Gordon C. Quaternion Representation of 3D Orientation and Rotation for Sensor Fusion Applications. Accessed; 2021. DOI: not available. [https://bpb-us-e1.wpmucdn.com/sites.tufts.edu/dist/e/1115/files/2021/05/Gordon\\_QuaternionRepresentation.pdf](https://bpb-us-e1.wpmucdn.com/sites.tufts.edu/dist/e/1115/files/2021/05/Gordon_QuaternionRepresentation.pdf)
- [14] Thrasher AC, Christian J, Inman R, Pecourt R, Lovelace R, Russell-McCorkle B, editors. Optical Deep-Space Instrument for Navigation (ODIN). 4th Space Imaging Workshop; 2024. DOI: not available. <https://ntrs.nasa.gov/citations/20240012072>
- [15] Pauly L, Rharbaoui W, Shneider C, Rathinam A, Gaudilliere V, Aouada D. A survey on deep learning-based monocular spacecraft pose estimation: Current state, limitations and prospects. *Acta Astronautica*. 2023;212:339-60. DOI: 10.1016/j.actaastro.2023.08.001
- [16] Wang Z, Li Z, Wang N, Hoque M, Wang L, Li R, et al. Real-time precise orbit determination for LEO between kinematic and reduced-dynamic with ambiguity resolution. *Aerospace*. 2022;9(1):25. DOI: 10.3390/aerospace9010025
- [17] Zhou W, Wang Z, Li L, Liu B, Wu Y. LDFNN: A lightweight dual-feedback neural network for space target component detection. *Advances in Space Research*. 2025;75(7):5702-17. DOI: 10.1016/j.asr.2025.01.052
- [18] Liu B, Yang Y, Chen H. A lightweight convolutional neural network super-resolution method to improve the quality of target image in space measurement tasks. *Measurement*. 2025;242:116242. DOI: 10.1016/j.measurement.2024.116242
- [19] Rodriguez Tera J. Simulation of the ADCS subsystem for a VLEO satellite: Universitat Politècnica de Catalunya; 2023. DOI: not available. <https://upcommons.upc.edu/entities/publication/2d415cd3-2def-4fc6-83c8-8a31c0ebe4c1>
- [20] Clark R, Fu Y, Dave S, Lee R. Simulation of RSO images for space situation awareness (SSA) using parallel processing. *Sensors*. 2021;21(23):7868. DOI: 10.3390/s21237868
- [21] Hayek S, Saroufim J, Kassas Z, editors. Ephemeris error correction for tracking non-cooperative LEO satellites with pseudorange measurements. *Proceedings of IEEE Aerospace Conference*; 2024. DOI: 10.1109/AERO58975.2024.10521364
- [22] Song C, Geng S, Chen L, An X, Ma H. Calculating global navigation satellite system satellite velocities and accelerations by utilizing the orbit fitting and orbit



- [45] Nguyen T. Attitude determination using infrared earth horizon sensors. 2014. DOI: not available. <https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=3096&context=smallsat>
- [46] Nguyen T, Cahoy K, Marinar A. Attitude determination for small satellites with infrared earth horizon sensors. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2018;55(6):1466-75. DOI: 10.2514/1.A34010
- [47] Yu Y, Wang Z, Li Z, Yu Q. A comprehensive study on PnP-based pipeline for pose estimation of noncooperative satellite. *Acta Astronautica*. 2024;224:486-96. DOI: 10.1016/j.actaastro.2024.08.027
- [48] Bechini M, Lavagna M. Robust and efficient single-CNN-based spacecraft relative pose estimation from monocular images. *Acta Astronautica*. 2025. DOI: 10.1016/j.actaastro.2025.04.016
- [49] Rathinam A, Qadadri H, Aouada D, editors. Spades: A realistic spacecraft pose estimation dataset using event sensing. 2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA); 2024: IEEE. DOI: 10.1109/ICRA57147.2024.10611231
- [50] Shimane Y, Weiss A, Berntorp K. Autonomous Horizon-Based Optical Navigation on Near-Rectilinear Halo Orbits. 2024. DOI: not available. <https://seal.ae.gatech.edu/sites/default/files/2024-09/ShimaneYuri.pdf>
- [51] Shimane Y, Miraldo P, Berntorp K, Greiff M, Elango P, Weiss A. High-Fidelity Simulation of Horizon-Based Optical Navigation with Open-Source Software. 2023. DOI: not available. <https://www.merl.com/publications/docs/TR2023-128.pdf>
- [52] Balossi C, Piccolo F, Panicucci P, editors. Moon Limb-Based Autonomous Optical Navigation. AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference; 2024. DOI: not available. <https://re.public.polimi.it/retrieve/7a33bbbedef02-4dd0-8f21-67e9f1f342e3/BALOC01-24.pdf>
- [53] Reed AW, Hashemi C, Melamed D, Menon N, Hirakawa K, McCloskey S, editors. EBS-EKF: Accurate and High Frequency Event-based Star Tracking. *Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition Conference*; 2025. DOI: 10.1109/CVPR52734.2025.00610
- [54] Chen S, Yang W, Wang W, Mai J, Liang J, Zhang X. Spacecraft Homography Pose Estimation with Single-Stage Deep Convolutional Neural Network. *Sensors*. 2024;24(6):1828. DOI: 10.3390/s24061828
- [55] Christian JA. Initial orbit determination from only heading measurements. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2023;60(4):1169-75. DOI: 10.2514/1.A35593
- [33] Cain SC, Lichter MJ, editors. Earth/Moon System Star Tracking Sensor for Improved Deep Space Laser Communications. AIAA SCITECH 2023 Forum; 2023. DOI: 10.2514/6.2023-2415
- [34] Schulz VH, Marcelino GM, Seman LO, Santos Barros J, Kim S, Cho M, et al. Universal verification platform and star simulator for fast star tracker design. *Sensors*. 2021;21(3):907. DOI: 10.3390/s21030907
- [35] Wu W, Jin Z, Wang C. Satellite position and attitude estimation using an infrared earth sensor. *Infrared Physics & Technology*. 2024;141:105381. DOI: 10.1016/j.infrared.2024.105381
- [36] Agarwal S, Hervas-Martin E, Byrne J, Dunne A, Luis Espinosa-Aranda J, Rijlaarsdam D. An evaluation of low-cost vision processors for efficient star identification. *Sensors*. 2020;20(21):6250. DOI: 10.3390/s20216250
- [37] Wang B, Wang H, Jin Z. An efficient algorithm for infrared earth sensor with a large field of view. *Sensors*. 2022;22(23):9409. DOI: 10.3390/s22239409
- [38] Zhang Z, Zhang G, Cao J, Li C, Chen W, Ning X, et al., editors. Overview on space-based optical orbit determination method employed for space situational awareness: From theory to application. *Photonics*; 2024: MDPI. DOI: 10.3390/photonics11070610
- [39] Miller S, Adams C, Alem N, Cannon H, Grashuis R, Hendriks T, et al. Starling cubesat swarm technology demonstration flight results. 2024. DOI: 10.26077/6h4f-r354
- [40] Wang B, Chen Y, Wang Y, Dong Y, Wu J. An Efficient Algorithm for Infrared Earth Sensor with a Weighted Total Least Squares Horizon Line Model. *Sensors*. 2022;22(23):9409. DOI: 10.3390/s22239409
- [41] Christian JA. A Tutorial on Horizon-Based Optical Navigation Using Images of a Planet or Moon. 2021. In: arXiv preprint (tutorial slides / notes) [Internet]. DOI: not available.
- [42] Zi W, Jinghao W, Jiyang Y, Zhang L, Qifeng Y. High-accuracy real-time satellite pose estimation for in-orbit applications. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2025:103458. DOI: 10.1016/j.cja.2025.103458
- [43] Zafar S, Ibrahim H, Khurshid K, editors. Earth horizon sensor for attitude determination of LEO satellites. 2019 Second International Conference on Latest trends in Electrical Engineering and Computing Technologies (INTELLECT); 2019: IEEE. DOI: 10.1109/INTELLECT47034.2019.8955456
- [44] Deng H, Wang H, Liu Y, Jin Z. Short-Arc Horizon-Based Optical Navigation by Total Least-Squares Estimation. *Aerospace*. 2023;10(4):371. DOI: 10.3390/aerospace10040371



### مهدی نصیری سروی استادیار گروه

مهندسی فناوری ماهواره در دانشکده فناوری‌های نوین دانشگاه علم و صنعت ایران می‌باشد. ایشان مدرک کارشناسی خود را در رشته مهندسی برق-کنترل در سال ۱۳۸۳ از دانشگاه صنعتی اصفهان، مدرک کارشناسی

ارشد را در رشته مهندسی برق-کنترل در سال ۱۳۸۵ از دانشگاه علم و صنعت ایران، و مدرک دکتری را در رشته مهندسی برق-الکترونیک در سال ۱۳۹۱ از دانشگاه علم و صنعت ایران دریافت نمودند. فعالیت‌های پژوهشی اخیر وی در حوزه ناوبری ماهواره‌ای، هوش مصنوعی در کنترل و پردازش تصاویر ماهواره‌ای، امنیت سیستم‌های GNSS و GPS در برابر حملات فریب و جَمینگ، مدیریت پروژه‌های فضایی، کاربردهای MEMS در مأموریت‌های فضایی، و بهینه‌سازی سیستم‌های هوشمندسازی فضاپایه می‌باشد. زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: ناوبری ماهواره‌ای، منظومه‌های ماهواره‌ای، مهندسی سیستم ماهواره، تعیین و کنترل وضعیت ماهواره، مدیریت پروژه‌های ماهواره، IOT و هوشمندسازی فضاپایه، امنیت و سایر فضایی.

**Nasiri-Sarvi, M. Assistant Professor at the Department of Satellite Technology Engineering, School of Advanced Technologies, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran**

✉ mnasiri@iust.ac.ir

### AUTHOR(S) BIOSKETCHES



### مهدی جلیلیان فارغ التحصیل کارشناسی ارشد

مهندسی فناوری ماهواره در دانشکده مهندسی هوافضا دانشگاه علم و صنعت ایران می‌باشد. رشته کارشناسی ایشان مهندسی مکانیک بوده است. فعالیت‌های پژوهشی اخیر وی در حوزه رباتیک، ناوبری فضایی، سخت‌افزار ربات و

میکروکنترلرها، شبیه‌سازی مکانیک سیالات (مانند شبکه آبرسانی و تأسیسات مکانیکی)، و پروژه‌های اجرایی و دانشگاهی در زمینه الکترونیک، ساخت قطعات صنعتی و کاربردهای فضایی می‌باشد. در حال حاضر ایشان در پروژه‌های مشاوره‌ای، طراحی، اجرا و آموزش در رباتیک، ناوبری فضایی و تأسیسات مکانیکی فعالیت داشته و کتاب‌هایی در زمینه‌های مرتبط تألیف و ترجمه نموده‌اند، زمینه‌های تخصصی ایشان عبارتند از: مهندسی مکانیک، رباتیک و میکروکنترلرها، ناوبری فضایی، مکانیک سیالات و تأسیسات، ترجمه و آموزش زبان انگلیسی تخصصی مهندسی، طراحی و اجرای پروژه‌های صنعتی و دانشگاهی.

**Jalilian, M. Graduate Student at Satellite Technology Engineering, School of Advanced Technologies, Iran University of Science & Technology, Tehran, Iran**

✉ mahdi\_jalilian@nt.iust.ac.ir/ mahdijalilian26@gmail.com

**Citation (Vancouver):** Jalilian M, Nasiri Sarvi M. [Position determining of space vehicles using star sensors and earth horizon sensor]. *J. RS. GEOINF. RES.* 2026; 4(1): 1-16

doi <https://doi.org/10.22061/jrsgr.2025.12632.1114>



### COPYRIGHTS

© 2026 The Author(s). This is an open-access article distributed under the terms and conditions of the Creative Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0) (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)